NOTES SUR L'HISTOIRE ET LA PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES IV

1. Grothendieck et les motifs, par Pierre CARTIER

2. Découvrir et transmettre, par Alain HERREMAN

Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
91440 – Bures-sur-Yvette (France)

Novembre 2000

IHES/M/00/75

Avertissement

Les deux parties de cette publication sont centrées autour de l'œuvre et de la personne d'Alexander Grothendieck. La première, par Pierre Cartier, est le texte développé d'une conférence donnée à Cerisy-la-Salle en septembre 1999, dans le cadre du Colloque "Mathématiques et psychanalyse", organisé par P. Cartier et N. Charraud. Il doit paraître dans les actes de ce Colloque.

La seconde partie est un travail commencé à l'IHÉS et terminé après la fin du séjour de l'auteur, Alain Herreman. C'est une analyse textuelle de certains aspects de l'autobiographie de Grothendieck "Récoltes et semailles".

Pierre Cartier

Un pays dont on ne connaîtrait que le nom

(Grothendieck et les "motifs")

par Pierre Cartier

INTRODUCTION

Aux mathématiciens il est inutile de présenter Alexander Grothendieck, reconnu pour l'un des plus grands scientifiques du 20ème siècle. Aux autres publics, il faut expliquer que le personnage ne se confond pas avec une réputation un peu sulfureuse, celle d'un homme en rupture, commettant ce qu'on peut appeler le suicide de son œuvre, et en tout cas détruisant sciemment son École Scientifique. Ce qui m'intéresse ici, c'est l'interaction entre une œuvre scientifique et une personnalité hors de la norme. Son cas n'est pas unique dans l'histoire de la science : qu'on songe à Ludwig Boltzmann par exemple. Mais il y a des différences essentielles : l'œuvre de Boltzmann fut rejetée par la communauté scientifique de son temps, et ne s'imposa qu'après sa mort ; au contraire, l'œuvre scientifique de Grothendieck, en dépit de sa nouveauté, fut acceptée immédiatement et avec enthousiasme, et développée par des collaborateurs et des continuateurs de premier plan. Le cheminement de Grothendieck me semble différent : une enfance dévastée par le nazisme et ses crimes, un père absent tôt disparu dans la tourmente, une mère qui le tenait dans son orbe et qui lui rendit longtemps très difficile sa relation aux autres femmes, tout cela que compense un investissement sans frein dans l'abstraction mathématique, avant que la psychose tenue à distance par cela même ne le rattrape et ne l'engloutisse dans l'angoisse de la mort – la sienne et celle du monde.

Le cas de Georg Cantor est intermédiaire, et a été bien analysé par Nathalie Charraud. Après une violente opposition à ses idées, le ralliement de mathématiciens de grande influence, tels Dedekind et Hilbert, lui permit d'avoir son apothéose au Congrès International des Mathématiciens[1] de 1900 à Paris. L'École française d'Analyse, de Poincaré à Borel, Baire et Lebesgue, se convertit avec enthousiasme aux idées de Cantor. Le naufrage final de Cantor est peut-être à attribuer au "syndrome Nobel" : je désigne par ce nom un type de dépression qui a saisi certains des récipiendaires du prix Nobel. Incapables de confronter leur personne et ce qui leur reste à vivre – surtout si la distinction est venue assez tôt – à ce personnage statufié par la reconnaissance mondiale, ils craignent d'avoir donné le meilleur d'eux-mêmes et de ne plus pouvoir se hisser à ces hauteurs. Forme d'autodérision aussi.

La typologie de Grothendieck est incroyablement complexe. Son obsession majeure, après Gauss et Riemann, et tant d'autres mathématiciens, tournait autour de la notion d'espace. Mais l'originalité de Grothendieck a été d'approfondir la notion de point géométrique[2]. Toute futile que puisse paraître une telle recherche, c'est un enjeu métaphysique considérable, et les problèmes philosophiques qui s'y rapportent sont loin d'être épuisés. Mais quelles préoccupations intimes, et quelles angoisses recouvre cette obsession du point ? La forme ultime de cette recherche, celle dont Grothendieck est le plus fier, tourne autour de la notion de "motif", vue comme un phare éclairant toutes les incarnations d'un même objet à travers divers habillages ponctuels. Mais c'est là aussi le point d'inachèvement de l'œuvre, un rêve, et non pas vraiment une création mathématique, contrairement à tout ce que je décrirai plus loin de son œuvre mathématique.

C'est donc sur une béance que débouche son œuvre. Mais l'autre originalité de Grothendieck est de l'accepter pleinement. La plupart des scientifiques sont plutôt soucieux d'effacer la trace de leurs pas sur le sable, de taire leurs fantasmes et leurs rêves, de construire leur statue intérieure – selon le mot de François Jacob. Un exemple typique est celui d'André Weil qui nous a laissé un produit fini, de facture classique, en deux mouvements : des *Œuvres Scientifiques*, recentrées par lui-même grâce à un *Commentaire* d'un intérêt palpitant, et une autobiographie, *Souvenirs d'apprentissage*, passionnante, mais soigneusement filtrée, où la pudeur et l'autocensure se masquent sous l'apparence d'un récit sans rides, et même désinvolte.

Grothendieck a joué un jeu différent, proche des *Confessions* de Rousseau. Du fond de la retraite qu'il s'est imposée depuis voici bientôt dix ans – et qu'il serait indécent de chercher à forcer – il nous a envoyé une volumineuse introspection[3] : "Récoltes et Semailles". Je m'appuierai sur cette confession pour tenter de dégager quelques-unes de ses lignes de force. Il faut cependant ne pas être trop dupe : Grothendieck se montre à nu, du moins tel qu'il s'apparaît à lui-même, mais il y a des marques évidentes d'une paranoïa assez développée ; seule une analyse subtile pourrait révéler les blocages et les censures, partiellement inconscients. Mais l'existence de "Récoltes et Semailles" a suscité une curiosité malsaine dans un certain public, s'apparentant à l'engouement sectaire pour le gourou, le Prince Blanc imaginaire. Pour ma part, je m'en tiendrai à une analyse de l'œuvre, puis de la biographie de l'auteur, aussi rationnelle et honnête que possible, avant de laisser "Récoltes et Semailles" éclairer de l'intérieur cette œuvre exceptionnelle.

* * * * * * * *

GENÈSE DE L'ŒUVRE MATHÉMATIQUE

Présenter en quelques pages son œuvre scientifique à un public non spécialisé relève de la gageure. Je prendrai pour ce faire appui sur l'analyse que Jean Dieudonné, longtemps son associé le plus proche, en a faite en introduction au "Festschrift" produit à l'occasion des 60 ans de Grothendieck[4].

L'héritage de la Théorie des Ensembles de Cantor a permis au 20ème siècle la création de l'"Analyse Fonctionnelle". Il s'agit d'une extension du classique Calcul Différentiel et Intégral (créé par Leibnitz et Newton), où l'on considère non pas une fonction particulière (par exemple l'exponentielle, ou une fonction trigonométrique), mais les opérations et transformations que l'on peut faire subir à toutes les fonctions d'un certain type. La création de la "nouvelle" théorie de l'intégration, par Émile Borel et surtout Henri Lebesgue, au début du 20ème siècle, relayée par l'invention des espaces normés par Maurice Fréchet, Norbert Wiener et surtout Stefan Banach, a fourni de nouveaux outils de construction et de démonstration aux mathématiciens. C'est une théorie séduisante par sa généralité, sa simplicité, son harmonie, et capable de résoudre de difficiles problèmes avec élégance. Le prix à payer est qu'il s'agit le plus souvent de méthodes non-constructives (théorème de Hahn-Banach, théorème de Baire et ses conséquences) qui permettent d'affirmer l'existence d'un objet mathématique, sans en donner de construction effective. Il n'est pas étonnant qu'un débutant, épris de généralité, ait réagi avec enthousiasme à ce qu'il en avait appris à Montpellier, lors de ses études de licence avec des professeurs assez retardataires. En 1946, la théorie de Lebesgue avait presque 50 ans, mais n'était guère enseignée en France, et elle était encore considérée comme un outil de haute précision, à réserver aux artisans très habiles[5].

A son arrivée dans le monde mathématique parisien, à 20 ans en 1948, il a déjà écrit un long manuscrit où il a reconstruit une version très générale de l'intégrale selon Lebesgue. Placé dans un milieu favorable, à Nancy, où Jean Dieudonné, Jean Delsarte, Roger Godement et Laurent Schwartz (tous appartenant au noyau actif de Bourbaki) s'efforcent de dépasser Banach, il révolutionne le sujet, et d'une certaine manière le tue. Dans sa thèse, écrite en 1953 et publiée en 1955, il crée de toutes pièces une théorie des produits tensoriels pour les espaces de Banach et leurs généralisations, et invente la notion d'"espace nucléaire". Cette notion, créée pour rendre compte d'un important théorème de Laurent Schwartz sur les opérateurs fonctionnels (le "théorème des noyaux"), sera exploitée par l'école russe autour de Gelfand, et sera une des clés de l'application des techniques de probabilités aux problèmes de Physique Mathématique (mécanique statistique, théorie "constructive" des champs quantiques). Il quittera ce sujet, après un article, dense et profond, sur les inégalités métriques, qui alimentera les recherches de toute une école (G. Pisier et ses collaborateurs) pendant 40 ans. Mais, de manière assez caractéristique, il ne se préoccupera guère de la descendance de ses idées, et affichera toujours beaucoup d'indifférence et même d'hostilité à l'égard de la Physique Théorique, coupable d'avoir détruit Hiroshima !

Dès 1955, à l'âge de 27 ans, il commence une seconde carrière mathématique. C'est l'âge d'or des mathématiques françaises, où, dans l'orbite de Bourbaki, et sous l'impulsion surtout d'Henri Cartan, Laurent Schwartz et Jean-Pierre Serre, on s'attaque aux problèmes les plus difficiles de la géométrie, de la théorie des groupes, de la topologie. On dispose des outils nouveaux que représentent la théorie des faisceaux et l'algèbre homologique (inventés par Jean Leray d'une part, Henri Cartan et Samuel Eilenberg de l'autre), admirables de généralité et de souplesse. Les pommes du jardin des Hespérides sont ces fameuses conjectures[6] qu'André Weil énonce en 1954 : en apparence, il s'agit d'un problème de combinatoire (compter les solutions de certaines équations où les inconnues sont prises dans un corps de Galois) d'une généralité décourageante (même si l'on connaît de nombreux cas particuliers significatifs). L'aspect fascinant de ces conjectures est qu'elles présupposent une *fusion des deux pôles antinomiques du "discret" et du "continu", du "fini" et de l'"infini"* : les méthodes inventées pour les besoins de la Topologie, pour contrôler les permanences dans la déformation continue des objets géométriques, doivent être mises à contribution pour énumérer des configurations en nombre fini. André Weil a aperçu la Terre Promise, mais il ne peut traverser la Mer Rouge à pied sec à l'instar de Moïse, et il ne dispose pas du vaisseau adéquat. Il a lui-même, pour les besoins de ses travaux, reconstruit la géométrie "algébrique" sur des bases purement algébriques, où la notion de "corps" est prédominante. Pour créer la géométrie "arithmétique"[7] dont on a besoin, il faut remplacer la notion algébrique de corps par celle d'anneau commutatif, et surtout inventer l'adaptation de l'algèbre homologique qui apprivoisera la géométrie arithmétique. André Weil lui-même n'est pas ignorant de ces techniques ni de ces problèmes, et ses contributions sont importantes et multiples (adèles, nombre dit de Tamagawa, théorie du corps de classes, déformation des sous-groupes discrets de symétries). Mais André Weil est défiant devant les "grandes machines" et ne se familiarisera jamais avec les faisceaux, l'algèbre homologique ou les catégories, au contraire de Grothendieck, qui va les prendre à bras le corps.

La première incursion de Grothendieck dans ce nouveau domaine est un coup d'éclat, connu sous le sobriquet de "Tôhoku" (car publié dans le *Tôhoku Mathematical Journal* japonais en 1957, avec le titre modeste "Sur quelques points d'algèbre homologique"). L'algèbre homologique, conçue comme un outil général dégagé de ses cas particuliers, a été inventée par Cartan et Eilenberg (leur traité "Homological Algebra" paraît en 1956). Ce dernier livre est un exposé très précis, mais qui se limite à la théorie des modules sur les anneaux, et les foncteurs "Ext" et "Tor" qui leur sont associés. C'est déjà une vaste synthèse de méthodes et de résultats connus, mais les faisceaux ne rentrent pas dans ce cadre. Les faisceaux, dans l'œuvre de Leray, sont nés en même temps que leur homologie, mais il construit celle-ci de manière *ad hoc*, en imitation des méthodes géométriques d'Elie Cartan (le père d'Henri Cartan). A l'automne 1950, Eilenberg, présent pour une année à

Paris, entreprend avec Cartan de donner une caractérisation axiomatique de l'homologie des faisceaux, mais la *construction* conserve son caractère *ad hoc*. Lorsque Serre, en 1953, introduit les faisceaux en géométrie algébrique, le caractère apparemment pathologique de la "topologie de Zariski" le contraint à des constructions très indirectes. Le coup de génie de Grothendieck est de dépasser le problème par le haut, comme il allait le faire à de nombreuses reprises. En analysant les raisons du succès de l'algèbre homologique pour les modules, il dégage la notion de catégorie abélienne (inventée simultanément par D. Buchsbaum), mais surtout la condition technique qu'il désigne par le sigle AB5*. Cette condition garantit l'existence d'objets "injectifs". Les faisceaux satisfont à cette condition AB5*, et du coup, la méthode des résolutions injectives, fondamentale pour les modules, s'étend aux faisceaux, *sans artifice*. Non seulement, elle fonde l'homologie des faisceaux, mais elle permet un développement totalement parallèle pour les modules et les faisceaux, avec importation des Ext et des Tor chez les faisceaux. Tout est redevenu *naturel*.

Après cette période de "rodage" (1955-58), Grothendieck énonce en 1958 son programme de recherches : créer la géométrie arithmétique par une (nouvelle) refondation de la géométrie algébrique, recherche de la généralité maximale, appropriation des nouveaux outils créés pour les besoins de la Topologie, et déjà éprouvés par Cartan, Serre, Eilenberg. Il ose la synthèse qu'aucun des acteurs de l'époque (Serre, Chevalley, Nagata, Lang, moi-même) n'a osée, s'y jetant avec son énergie et son enthousiasme caractéristiques. Les temps sont propices, la science mondiale vit sa plus grande phase de développement dans les années 60, et le désenchantement des années soixante-huitardes n'a pas encore frappé. L'entreprise de Grothendieck fonctionne grâce à des synergies inespérées : la puissance de travail et de synthèse de Dieudonné promu scribe, l'esprit rigoureux, informé et rationaliste de Serre, le savoir-faire des élèves de Zariski en géométrie et en algèbre, la fraîcheur juvénile du grand disciple Pierre Deligne, feront contrepoids à l'esprit aventureux, visionnaire et démesurément ambitieux de Grothendieck. L'institution nouvelle qu'est l'IHES, créée pour lui et autour de lui, mobilise une pléïade de jeunes talents internationaux. Organisée autour de la notion-clé de "schéma"[8], la théorie de Grothendieck annexe successivement toutes les parties de la géométrie, même les plus nouvelles comme celle des "groupes algébriques". Utilisant une gigantesque machine : topologies de Grothendieck (étale, cristalline,...), descente, catégories dérivées, six opérations, classes caractéristiques, monodromie,... Grothendieck parvient à mi-chemin du but final que sont les conjectures de Weil. En 1974, Deligne y mettra la dernière main, mais entre temps, Grothendieck a tout laissé tomber en 1970, après 12 ans de règne scientifique sans partage sur l'IHES.

Les raisons de cet abandon en rase campagne ? Crûment dit, il est rattrapé par sa psychose, mais dans le contingent : désespoir d'être dépassé par son disciple préféré Deligne, "syndrome Nobel", mise à jour par la "révolution soixante-huitarde" de la contradiction entre le libertaire qu'il croit être et le mandarin universitaire qu'il est aux yeux des autres, sentiment d'échec devant certaines de ses tentatives mathématiques avortées (conjecture de Hodge, conjectures dites standard), épuisement et lassitude après 20 années d'engagement total, jour et nuit, au service de sa muse mathématique ? Un mélange de tout cela.

Il reste à dire quelques mots de l'œuvre "posthume". Après la rupture avec le milieu mathématique, essentiellement consommée lors du Congrès International des Mathématiciens à Nice (septembre 1970), et deux années de *Wanderung*, il va redevenir "professeur de base" dans cette université de moyenne importance (Montpellier) où il avait fait ses études de licence. Il aura encore quelques élèves, dont aucun n'atteint le niveau de son équipe de l'IHES, et dont il s'occupe avec des fortunes diverses. Jusqu'à sa retraite officielle, en 1988 à l'âge de 60 ans, il travaillera par à-coups en mathématique, laissant une œuvre "posthume" non sans importance. Trois écrits majeurs :

– "A la poursuite des champs" (écrit en 1983) est une réflexion de 600 pages sur les catégories multi-dimensionnelles. Là se mêlent la combinatoire, la géométrie et l'algèbre homologique dans un projet grandiose. Après plus de 15 années d'efforts de plusieurs côtés, on vient de proposer trois définitions sans doute équivalentes (ou presque) des catégories multi-dimensionnelles (au sens large[9]). L'enjeu n'est pas seulement pour les mathématiques "pures", car une bonne théorie des *assemblages* a de nombreuses applications potentielles : informatique théorique, physique statistique…

– "Esquisse d'un programme" est un texte rédigé en 1984 à l'appui d'une demande de poste au CNRS. Grothendieck y esquisse (le mot est propre) la construction d'une tour (ou d'un jeu de Lego) décrivant les déformations de courbes algébriques.

– "La longue marche à travers la théorie de Galois", écrit avant le précédent (en 1981), donne des indications partielles sur les constructions réclamées dans l'"Esquisse".

Ces textes n'ont circulé que sous le manteau, à l'exception de l'"Esquisse" publiée grâce à l'insistance d'un groupe de fidèles. Curieusement, les vrais continuateurs de Grothendieck sont constitués par toute une École Mathématique russe (Manin, Drinfeld, Goncharov, Kontsevitch, pour ne citer que quelques-uns) qui ont eu très peu, si ce n'est aucun contact direct avec Grothendieck, et ont su capter l'héritage de méthodes issues de la Physique Mathématique – un domaine qu'il ignorait et abhorrait.

* * * * * * * *

ÉLÉMENTS D'UNE BIOGRAPHIE

Il convient de décrire d'abord les origines familiales de Grothendieck, pour une mise en perspective correcte. Il y a trois personnages : le *père*, la *mère* et le *fils*, remarquables chacun à leur manière, et un fantôme – une demi-sœur aînée, par sa mère, qui serait récemment décédée aux États-Unis et qu'il n'a que peu connue[10].

D'après mes informations, le père s'appelait Shapira – ce qui signe une origine hassidim. Il serait né à Belyje-Berega, aujourd'hui russe, à la limite de la Russie, de la Biélorussie et de l'Ukraine maintenant séparées. A l'époque, c'était une ville juive située en Ukraine, peuplée de juifs hassidim très pieux. En rupture avec ce milieu, Shapira fréquenta les milieux juifs révolutionnaires de Russie, et très jeune, à 17 ans, il participa à la révolution avortée de 1905 contre les tsars. Il paya cette participation de plus de 10 années de prison, et ne fut libéré qu'à l'occasion de la révolution de 1917. Ce fut le début d'une longue errance révolutionnaire, et la première d'une longue série d'incarcérations. J'ai entendu son fils me dire un jour avec une exaltation et une fierté certaines que son père avait fait de la prison politique sous 17 régimes différents. A quoi j'ai répondu, sans qu'il me démente, qu'il devrait figurer dans le *Who's who* de la Révolution. Mais c'est un signe des tabous bolcheviks qui subsistent encore de constater que la plupart des histoires du socialisme – même celles qui sont écrites par des trotskistes comme Pierre Broué – ne donnent pratiquement aucun renseignement sur Shapira et ses proches compagnons. Il y a encore là matière à des recherches historiques.

D'après ce que je sais, en 1917, il se retrouve dans les S.R. (socialistes révolutionnaires) de gauche, une des factions qui, à Saint-Petersbourg, se disputent le pouvoir. On sait que Lénine écrasera à la fin toutes les factions autres que les bolcheviks, sans compter les purges internes de ces derniers. Un des meilleurs récits, bien que romancé à l'évidence, est le livre fameux de John Reed : *Dix jours qui ébranlèrent le monde*. Grothendieck m'a toujours affirmé que l'un des acteurs décrits dans ce livre était son père. Après les purges de Lénine, on retrouvera Shapira partout où une révolution d'extrême-gauche éclate en Europe dans les années 20 – et Dieu sait qu'il y en eut. Bien sûr, il est avec Bela Kun à Budapest, avec Rosa Luxemburg à Berlin, avec les Soviets de Munich. Lors de la montée du nazisme en Allemagne, il lutte aux côtés du S.A.P. (parti socialiste de gauche) contre les nazis, et doit quitter l'Allemagne à la prise du pouvoir par Hitler. On le retrouve naturellement dans la guerre d'Espagne, dans les Brigades Internationales, version P.O.U.M. (comme Simone Weil, quel étonnant parallèle !). Après la victoire franquiste en Espagne, il rejoint sa femme Hanka et leur fils Alexander, réfugiés en France.

La fin de son histoire est à la mesure de la honte de notre pays. Quand il arrive en France, c'est un homme brisé, selon le témoignage de son fils. Il se laisse aller sans beaucoup de ressort, et puis, comme tant d'autres réfugiés antifascistes, émigrés d'Allemagne ou d'Espagne, il est interné, début 1939, au camp du Vernet. Il ne s'agit pas là, bien sûr, de camps d'extermination, encore que beaucoup de "retenus" soient morts de malnutrition, ou de manque de soins (à Gurs par exemple) ; mais où est la frontière entre un camp de réfugiés, un camp d'internement et un camp de concentration[11] ? En tout cas, sans avoir retrouvé sa liberté, il sera livré par les autorités de Vichy aux nazis, et disparaîtra à Auschwitz. Le dernier témoignage qu'on ait de lui est un portrait à l'huile, hallucinant, dû au pinceau d'un codétenu du Vernet, et que son fils a conservé comme un talisman – on pourrait le prendre pour le portrait du fils tant leur ressemblance est frappante.

Hanka Grothendieck – c'est le nom de sa mère – est une Allemande du Nord. Dans les années 20, elle milite dans divers groupes d'extrême-gauche et s'essaye à l'écriture. Elle a une fille déjà mentionnée, puis rencontre Shapira, et Alexander naît à Berlin[12] en mars 1928. Elle émigre en France au moment de l'arrivée d'Hitler au pouvoir, et survit difficilement dans les cercles d'émigrés allemands – que Simone Weil fréquente beaucoup à l'époque. En septembre 1939, lors de la déclaration de guerre, la situation de ces réfugiés, déjà peu brillante, s'aggrave puisqu'ils sont désormais des "ressortissants ennemis". En tout cas, Hanka et son fils seront internés à Mende dès 1939, et n'auront un peu de répit qu'après la débâcle de juin 1940.

Alexander – il tient beaucoup à cette orthographe – a été laissé derrière eux par ses parents lorsqu'ils quittent l'Allemagne. Il restera caché dans une ferme du Nord de l'Allemagne, jusqu'à 1938 environ (il a alors 10 ans), élevé par un instituteur du genre Freinet, qui pratique le "retour à la terre". Cette idéologie "naturelle" (héritage du romantisme) est partagée par les groupes politiques les plus divers en Allemagne, des nazis aux socialistes, et anticipe ce que seront les Verts 50 ans plus tard. Mais la période dont il parlait le plus volontiers, c'est celle de son séjour au Chambon-sur-Lignon, de 1942 à 1944. On sait mieux maintenant ce qu'a été la résistance cévenole. Le Chambon-sur-Lignon, agréable station de vacances fréquentée surtout par des protestants, abrite un Lycée privé, le "Collège Cévenol", qui n'était guère, avant 1939, qu'une "boîte à bachot" pour jeunes gens protestants riches. Pendant la guerre, le Collège Cévenol, dirigé par la poigne énergique du pasteur Trocmé, est le centre d'une résistance spirituelle au nazisme – en liaison avec une résistance militaire ancrée dans la tradition huguenote – et fait un magnifique travail de sauvetage d'enfants juifs. Grothendieck fut pensionnaire au Foyer Suisse, et élève au Collège, et laissa un souvenir suffisamment vif pour que je puisse en recueillir des témoignages directs à la fin des années 1950.

* * * * * * * **

L'enfance est close – grâce au Collège Cévenol, il obtient son baccalauréat et devient étudiant à Montpellier en 1945. Commence la période de *formation scientifique*. Je vais donc reprendre de l'intérieur, avec l'aide de "Récoltes et Semailles", la gestation de l'œuvre mathématique que j'ai décrite plus haut de l'extérieur.

C'est à Montpellier, lors de ses études de licence, que se situe son premier épisode franchement mathématique. Il se dit très peu satisfait de l'enseignement qu'on y donnait à l'époque. On lui avait bien expliqué comment on calcule le volume d'une sphère ou d'une pyramide, mais sans jamais lui définir la notion de volume. C'est le signe assuré d'un esprit mathématicien que de vouloir remplacer ce "comment" par un "pourquoi". Le professeur de Grothendieck lui avait assuré qu'un certain Lebesgue avait résolu tous (!) les problèmes mathématiques, mais que cela serait trop difficile à enseigner. Seul, avec très peu d'indications, Grothendieck reconstitue une version extrêmement générale de l'intégrale de Lebesgue. Il décrit bien dans "Récoltes et Semailles" la genèse de cette première œuvre mathématique, faite dans l'isolement ; il découvre qu'il est mathématicien sans savoir qu'il existe des mathématiciens. Bien sûr, il était entouré de condisciples et de professeurs qui pratiquaient honnêtement et correctement les mathématiques, mais qui ne pouvaient passer pour des mathématiciens : en toute bonne foi, il se croit le seul mathématicien au monde[13].

C'est à son arrivée à Paris en 1948, licence de mathématiques en poche, que commence la période publique de Grothendieck – comme on parle de la période publique de cet autre petit rabbi qu'était Jésus. Son professeur de Montpellier – qui a fait autrefois avec Elie Cartan l'équivalent de l'époque du DEA – le recommande à son ancien maître. Il ignore qu'Elie Cartan est, à trois ans de sa mort, très diminué, et qu'il a un fils, Henri Cartan, devenu un mathématicien aussi célèbre que son père. C'est lui qui domine la scène mathématique parisienne – et donc française.

Le courant ne passe guère entre le grand universitaire protestant qu'est H. Cartan, et le jeune rebelle autodidacte. André Weil conseille d'envoyer Grothendieck à Nancy ; là, Jean Delsarte, un des pères fondateurs de Bourbaki, habile organisateur, a noyauté la Faculté dont il est le Doyen pour en faire la première marche de la conquête de l'Université par Bourbaki. Jean Dieudonné et Laurent Schwartz sauront discipliner Grothendieck juste ce qu'il faut pour qu'il ne s'éparpille pas dans toutes les directions, et surtout réfrène son goût immodéré pour la généralité extrême. Ils sauront lui suggérer des problèmes dans la lignée de son premier travail sur l'intégrale de Lebesgue. C'est trop peu dire que le disciple dépasse ses maîtres ; il pulvérise ce domaine de l'Analyse Fonctionnelle, mais par *un travail solitaire* où il n'a guère de compagnons ou de continuateurs.

C'est à Nancy qu'il devient adulte – au sens courant. D'une liaison avec sa logeuse lui nait un fils, Serge. Celui-ci a de nombreux frères et sœurs, et quand, quelques années plus tard, Grothendieck voudra s'occuper de lui personnellement, il est prêt à adopter toute la smalah. Il se lance dans une procédure en garde paternelle qui avait peu de chances d'aboutir – et qu'il compromet définitivement en utilisant la possibilité légale d'être son propre défenseur. Ce n'est que le début d'une vie familiale chaotique : il aura en tout cinq enfants de trois mères, et il leur sera aussi peu présent que son père ne l'avait été avec lui.

Ses travaux mathématiques de Nancy avaient établi sa renommée, et il aurait pu continuer sur sa lancée. Mais il s'est très bien décrit lui-même comme un bâtisseur de maisons qu'il n'a pas vocation à habiter. Il commençait la carrière classique du chercheur, rapidement recruté et promu au CNRS, passant quelques années à l'étranger après sa thèse. Mais lorsqu'il revint de Sao Paulo, il avait clos le chapitre mathématique de l'Analyse Fonctionnelle.

* * * * * * **

Commence alors ce qui sera sa *grande période*, de 1958 à 1970, qui coïncide avec l'apogée de Bourbaki. L'événement, c'est que Léon Motchane s'est lancé dans cette aventure folle de la création de l'IHES (Institut des Hautes Études Scientifiques de Bures-sur-Yvette). Léon Motchane, qui rêvait d'être mathématicien, avait fait une carrière fructueuse dans les "affaires" ; mais il souhaitait faire une œuvre qui lui survécût. Dieudonné, que nous avons rencontré à Nancy, après quelques années d'exil aux deux Amériques, souhaitait revenir en France. Motchane lui offrit la première chaire de mathématiques du futur institut, et Dieudonné mit à son acceptation la condition de s'associer Grothendieck. Il était à un tournant de sa carrière ; il avait atteint la limite d'âge de 50 ans imposée par Bourbaki à ses collaborateurs, et il avait produit son œuvre la plus originale : les "groupes formels". Lui, qui était foncièrement un homme d'ordre et de tradition[14], se mit une deuxième fois au service d'une entreprise révolutionnaire : après Bourbaki, les deux aventuriers Motchane et Grothendieck[15].

Dans un extraordinaire partage des tâches, Grothendieck le jeune anime un des plus prestigieux séminaires mathématiques qui aient jamais existé. Il attire autour de lui tous les jeunes talents[16] et se livre passionnément à la découverte mathématique, dans des séances de 10 à 12 heures consécutives (!). Il formule un programme grandiose, qui doit opérer une fusion de l'arithmétique, de la géométrie algébrique et de la topologie. Bâtisseur de cathédrale, selon sa propre allégorie, il distribue le travail à ses équipiers. Chaque jour, il envoie d'interminables et illisibles feuilletons mathématiques à Dieudonné l'ancien ; celui-ci, assis à sa table de travail de 5 à 8 heures chaque matin, transforme ce gribouillis en une imposante collection de volumes, cosignés par Dieudonné et Grothendieck, et publiés dans les "Publications Mathématiques de l'IHES". Dieudonné abdique toute prétention personnelle, et se met au service de cette œuvre, avec la même abnégation que pour Bourbaki. Dieudonné ne reste que peu d'années à l'IHES, et, à la création de l'Université de Nice, en devient le premier Doyen des Sciences. Il ne cesse pas pour autant sa collaboration avec Grothendieck, et trouvera encore l'énergie d'organiser en 1970 le congrès mondial des mathématiciens à Nice[17].

Mais ce duo est en fait un trio. Jean-Pierre Serre, avec son sens aigu de l'unité des mathématiques, sa culture scientifique large et profonde, sa vivacité de réflexion et sa puissance technique, servira constamment de garde-fou. Il est l'intermédiaire obligé entre Weil et Grothendieck, qui ne se parlent plus directement, et contribue beaucoup à la clarification des conjectures de Weil déjà mentionnées. A une époque où la banlieue est tarifée téléphoniquement comme “conversations locales”, c'est pendant plusieurs heures par jour que Serre et Grothendieck communiquent par ce truchement entre Paris et Bures. Serre est un parfait rabatteur – j'allais dire : entremetteur – mathématique, et il rabat le gibier pour qu'il tombe dans les filets de Grothendieck : dans des filets aussi solides, on ne se débat pas longtemps.

Le succès est immédiat et fracassant. Dès 1962, Serre déclare que la géométrie algébrique se confond avec la théorie des schémas[18]. Les publications, directes ou indirectes, s'amoncellent en des milliers de pages ; tout nouveau venu dans ce domaine mathématique se doit d'avoir tout lu, et quarante ans plus tard, nous n'avons pas encore à notre disposition l'exposé, assez succinct mais complet, qui s'imposerait. Comme Grothendieck l'a décrit dans ses allégories, un certain savoir-faire risque de se perdre, faute de souffle de vie. Après la retraite mathématique de Grothendieck, Deligne et Illusie feront une œuvre de chartiste en terminant de publier la série des “Séminaires de Géométrie Algébrique”, mais Grothendieck ne leur en saura pas gré. Il est exact que ce qui subsiste de l'École de Grothendieck s'est refermé, qu'une certaine générosité s'est envolée, qu'un certain souffle s'est tari – mais on peut en dire autant de Bourbaki[19].

* * * * * * **

Mais la Roche Tarpéienne est proche du Capitole ! La reconnaissance scientifique de Grothendieck atteint son apogée en 1966. Au Congrès mondial des mathématiciens de Moscou, il doit recevoir sa consécration : la médaille Fields[20]. Les autorités soviétiques n'étaient pas très chaudes pour lui attribuer un visa (son père était devenu un “ennemi du peuple” après la révolution de 1917). C'était l'époque de la guerre du Vietnam, et de nombreux mathématiciens – dont Grothendieck et Smale, tous deux médaillés Fields 1966 – s'étaient engagés contre cette guerre. Dans le contexte de guerre froide entre l'URSS et les USA, alors très virulente, certains soviétiques ont peut-être cru pouvoir utiliser les mathématiciens. Mais la petite manifestation organisée par Smale et Grothendieck à Moscou leur a bien démontré qu'ils étaient difficiles à manipuler.

Si l'on veut bien permettre au novice en psychanalyse que je suis d'avancer une hypothèse, *c'est à Moscou que la faille s'est ouverte pour Grothendieck*, ou plutôt que la blessure fondamentale s'est rouverte. Cette blessure, c'est celle du *père absent*, victime des staliniens et des nazis, le père juif russe ressouvenu dans un pays où l'antisémitisme se réveille dans les années 1960 – s'il a jamais été éteint. Bien sûr, il y a ce que j'ai appelé plus haut le “syndrome Nobel”, et sans doute Grothendieck s'est-il dit que sa médaille couronnait un programme inachevé, et soupçonnait-il déjà qu'il n'arriverait pas au bout de ses ambitions scientifiques ?

En même temps s'ouvrait la grande fêlure sociale qui conduira au mai 1968 français[21], après le Berkeley fiévreux de 1965. Grothendieck ne s'était guère impliqué politiquement au moment de la guerre d'Algérie[22] ; il voulait peut-être se racheter, et le passé révolutionnaire de ce père si admiré le rattrapait. En tout cas, cette fêlure sociale lui révéla ses contradictions. Certes, lui qui fut un proscrit, interné en France dès 1939, a toujours vécu de façon très modeste, même lorsqu'il fut devenu un des dieux des mathématiques mondiales. Il a toujours eu une attention extrême pour les SDF, ceux que la société largue sur le bord de la route ; sa maison fut toujours une sorte de cour des miracles, ce qui ne facilitait pas sa vie familiale, et il n'avait pas oublié les années difficiles de l'enfance.

Cependant, en 1968, lui qui s'est installé dans l'autoreprésentation du proscrit, de l'anarchiste, découvre qu'il est un pontife de la science mondiale, qu'il a autorité sur les idées et sur les gens. Dans cette période de contestation de toute autorité, même intellectuelle, il vit mal la coexistence de ses deux personnages ; ce sera le début d'une période de flottement, qui durera 4 ou 5 ans. Sa réponse provisoire sera la fondation d'un petit groupuscule, qui s'exprime dans un bulletin intitulé “Survivre”, puis “Survivre et vivre”. Ce mouvement a l'allure d'une de ces sectes écolo-catastrophistes qui fleurirent dans les années 1970 : le danger (réel à l'époque) d'une guerre nucléaire se conjugue à l'obsession de la pollution, ou de la surpopulation. Le pacifisme intégral hérité de son père y trouve son compte, et il verse sa renommée de scientifique dans la balance de ses idées militantes. Il croyait sans doute qu'un argumentaire social se fait avec les méthodes de la démonstration mathématique, et ne fit que braquer des auditoires pourtant avertis de sa prééminence de mathématicien, et réceptifs aux idées qu'il colportait. J'ai souvenir de deux incidents assez pénibles, à Nice en septembre 1970, et à Anvers en juillet 1973, où il ruina par sa provocation délibérée les efforts patients de ceux qui luttaient dans son sens, mais avec une vision plus politique.

Suivirent quelques années d'errance : démission de l'IHES en septembre 1970, sous un prétexte assez mineur[23] ; voyages à l'étranger ; nomination temporaire au Collège de France[24] ; enfin, nomination comme professeur à l'Université de Montpellier, celle de sa jeunesse pour laquelle il n'avait eu qu'une estime modérée.

* * * * * * * *

De ses nouvelles années de Montpellier émerge un événement marquant, son *procès*. Comme je l'ai déjà dit, Grothendieck a toujours été accueillant à tous les marginaux. Dans les années 1970, la Lozère et le Larzac furent la Terre Promise de nombreux groupes hippies, et vue de l'extérieur, la maison de Grothendieck était l'un de ces phalanstères, et lui le gourou. A la suite de quelques incidents, réels ou grossis, la police locale était sur les dents, et fit un jour une descente chez Grothendieck. Le seul "délit" qu'on put relever contre lui était la présence d'un moine bouddhiste japonais, ancien étudiant en mathématiques au Tata Institute de Bombay, personnage fort inoffensif, mais dont le titre de séjour en France était expiré depuis trois semaines. C'est le genre de problème qu'un universitaire doit savoir comment régler, par une intervention au bon endroit, mais la philosophie de Grothendieck lui interdisait une telle démarche. Le résultat, inattendu, fut une convocation devant le Tribunal Correctionnel de Montpellier, six mois plus tard, le moine japonais déjà reparti aux antipodes. S'agissait-il d'un test préliminaire aux lois Pasqua, ou les autorités locales ont-elles confondu Grothendieck avec un petit hippie quelconque ? Ce qui devait n'être qu'un procès bâclé en dix minutes devint un événement majeur. Grothendieck, par une apparition au Séminaire Bourbaki, réussit à alerter quelques mathématiciens : Laurent Schwartz, Alain Lascoux et moi-même. Agitation dans le Landerneau intellectuel, mobilisation des réseaux, mise en jeu de la Ligue des Droits de l'Homme. Le jour du procès, le juge avait reçu 200 lettres de soutien à son justiciable, et d'un avion spécialement affrété débarquèrent toges de Doyen (Dieudonné en tête), soutanes mondaines de gauche, ténors du barreau. Grothendieck – dont c'était la deuxième apparition devant un prétoire – avait tenu à être de nouveau son propre avocat. Il fit une magnifique plaidoirie – dont j'ai quelque part gardé copie. Citant Socrate – naturellement – il conclut par l'exorde suivant : "Je suis poursuivi au nom d'une ordonnance de 1942 contre les étrangers. J'ai été interné pendant la guerre au nom de cette ordonnance, et mon père en est mort à Auschwitz. Je n'ai donc pas peur de la prison. Si vous appliquez la loi, je suis passible de deux ans de prison ferme ; je suis juridiquement coupable et je réclame donc ma peine. Bien entendu, sur un plan fondamental, je plaide non-coupable. C'est au juge de choisir : ou la lettre de la loi et donc la prison, ou les valeurs universelles et donc la relaxe". Vint ensuite une "mise en forme juridique de l'argumentaire" par Maître Henri Leclerc, qui fut plus tard président de la Ligue des Droits de l'Homme. C'était là le résultat d'un compromis laborieusement négocié avec Grothendieck, qui préférait perdre un procès plutôt que de transiger avec les formes. Hélas, comme Grothendieck l'avait prédit, le juge fut lâche et ordonna six mois de prison avec sursis. La peine fut confirmée en appel, mais l'émotion médiatique ne fut plus au rendez-vous.

Comme je l'ai déjà dit, il a pris sa retraite en 1988, et vit depuis un exil intérieur dans un petit village de la région de Montpellier. Auparavant, il vivait près de la fontaine de Vaucluse, dans une petite vigne cultivée par ses soins, au voisinage de sa fille aînée Johanna et de ses petits-enfants. Mais il semble maintenant avoir rompu tout lien familial. Il n'est pas indifférent que l'endroit où il vit soit si proche du camp du Vernet, tristement célèbre et associé à son enfance. Il n'a ni téléphone, ni adresse postale, et seuls quelques privilégiés connaissent l'endroit exact de sa retraite – sous promesse de ne pas le divulguer. Il vit seul, perçu par son voisinage comme un "professeur de mathématiques en retraite un peu fada". Il a traduit sa spiritualité dans la tradition bouddhiste, et de ses ancêtres juifs orthodoxes a gardé le goût des interdits alimentaires. Il pratique la forme la plus extrême du végétarisme, et semble y avoir compromis sa santé. Le parallèle avec Simone Weil s'impose doublement, par son souci d'être l'égal des plus pauvres, et par une sorte d'anorexie mentale ; il est à craindre qu'il ait la même fin qu'elle, une forme de suicide par refus de s'alimenter.

* * * * * * * **

AUTOPSIE D'UNE ŒUVRE

L'œuvre mathématique de Grothendieck en géométrie algébrique fait plus de 10.000 pages, publiées en deux séries. La première est intitulée "Éléments de Géométrie Algébrique" (avec le sigle EGA) en référence aux "Éléments" d'Euclide (et de Bourbaki) ; elle est entièrement de la plume de Dieudonné, et reste inachevée puisque 4 parties seulement ont été rédigées sur les 13 annoncées initialement. La deuxième série est intitulée "Séminaire de Géométrie Algébrique" (sigle SGA) en 7 parties. La composition en est plus mouvementée. Au départ, il y a ces Séminaires du Bois-Marie (du nom du domaine où est installé l'IHES) qu'il dirigea effectivement de 1960 à 1969. Les deux premiers furent rédigés par Grothendieck, ou sous son contrôle, et il veilla à leur publication ; le troisième séminaire fut rédigé essentiellement par Pierre Gabriel, et Michel Demazure (qui en a extrait sa thèse). Après, les choses sont plus complexes. Quand Grothendieck délaisse la scène mathématique en 1970, il laisse derrière lui un chantier inachevé, et un chantier en piteux état. Il y avait là des manuscrits (au sens propre) de Grothendieck, difficiles à déchiffrer, des exposés de séminaire déjà miméographiés, et des notes prêtes pour la publication. Il fallait en faire la synthèse, boucher les lacunes (importantes), ajouter un énorme travail de rédaction ; toutes tâches peu gratifiantes, dont il ne fallait attendre aucune récompense. Tout ceci fut accompli avec une grande fidélité, et une grande piété filiale, par Luc Illusie et Pierre Deligne. La pièce maîtresse, en vue de la démonstration des conjectures de Weil, est intitulée SGA 4, consacrée aux idées les plus nouvelles (en particulier les topos ; j'y reviens plus loin). En fait, lorsque Deligne annonce en 1974 sa démonstration complète des conjectures de Weil, les experts considèrent que les fondements sont insuffisants, et Deligne publie (en même temps que le chaînon manquant, SGA 5, des séminaires de Grothendieck) un volume supplémentaire, dû essentiellement à lui-même, sous le sigle curieux SGA 4 1/2. Grothendieck prend très mal cette nouvelle publication, et en profite pour dénigrer toute l'entreprise : naturellement, ce n'est pas ce que lui, Grothendieck, avait en tête, ses plans ont été tronqués, on l'a trahi... Il décrit ceci avec une image très forte : l'équipe de bâtisseurs, qui, le Maître mort, se disperse, chacun emportant ses croquis et ses outils ; belle image, à ceci près que le Maître a abandonné ses équipiers, en se suicidant délibérément. C'est cette œuvre "assassinée" dont j'entreprends maintenant l'autopsie.

* * * * * * * *

Ayant le goût des symboles, Grothendieck se reconnaît *douze* disciples ; pour arriver à ce chiffre, il triche un peu car il n'existe pas de définition mathématique d'un disciple, et il oublie le disciple "posthume" (Z. Mebkhout) qu'il accueillera, puis rejettera, lors d'une polémique peu glorieuse. Dans "Récoltes et Semailles", il groupe son œuvre en *douze* thèmes ; je ne donnerai pas leur énumération complète, mais je vais en commenter quelques-uns.

Le premier thème mentionné est celui de sa thèse : l'*Analyse Fonctionnelle.* Il dit lui-même que, rétrospectivement, il s'agit plutôt d'un exercice d'école, d'un échauffement intellectuel. Sans doute, la perspective que Grothendieck donnait à l'Analyse Fonctionnelle n'est-elle plus d'actualité ; les grands problèmes internes à la théorie ont été résolus, le plus souvent par Grothendieck, et ce sujet est devenu une discipline de service, ses méthodes irriguant l'analyse de Fourier (ou la forme plus récente des ondelettes), ou les équations aux dérivées partielles. Grothendieck était entraîné dans le courant de la topologie "qualitative" de l'époque (qui convenait fort bien à son tempérament), et l'on apprécie plus aujourd'hui les méthodes "quantitatives"[25].

Mais, bien sûr, tous les autres thèmes concernent ce qui fut sa grande entreprise : la *géométrie algébrique.* Une des sources du développement mathématique est constituée par les grands problèmes, grandes énigmes dont la formulation relativement simple ne donne aucune prise à l'attaque. Ce qu'on appelait improprement le dernier théorème de Fermat était une conjecture d'une simplicité biblique, exprimée en symboles par : "la relation $a^n + b^n = c^n$ est impossible à réaliser avec des entiers a, b, c, n, sauf éventuellement avec $n = 2$". Elle a été résolue récemment (A. Wiles et R. Taylor), au prix de la construction d'un édifice considérable et complexe, s'appuyant largement sur les méthodes de Weil et de Grothendieck. Le problème mathématique actuellement le plus prestigieux, et le plus déroutant, est *l'hypothèse de Riemann*. Ces deux problèmes, Fermat et Riemann, sont d'une certaine manière futiles ; le problème de Fermat concerne une équation très particulière, et celui de Riemann peut s'interpréter en terme de régularités très subtiles dans la répartition apparemment aléatoire des nombres premiers. En soi-même, un contre-exemple à l'hypothèse de Riemann, dans l'état actuel des connaissances, aurait des conséquences "pratiques" très réduites, et ne serait pas une catastrophe.

Ce qui nous importe ici, c'est une certaine perception des problèmes. Devant l'impossibilité de prouver l'hypothèse de Riemann, on a fait de la fuite en avant. Hasse (à la suite d'Artin et de Schmidt) a formulé et résolu, vers 1930, un problème analogue à l'hypothèse de Riemann, en le traduisant sous la forme d'une inégalité (voir la note[6]). L'étape suivante occupera Weil de 1940 à 1948. Dans tous ces cas, par analogie avec la fonction zêta de Riemann, liée aux nombres premiers[26], on associe des fonctions zêta aux objets géométriques et arithmétiques les plus variés ; puis, en route pour prouver la propriété analogue à celle de Riemann, ce qu'on a fait avec beaucoup de succès ! Toutes ces fonctions zêta ont beaucoup contribué à structurer le champ de l'arithmétique, et c'est bien guidé par cette préoccupation que Weil formule ses conjectures en 1949. Weil est un esprit classique, attaché à la clarté et la précision, et ses conjectures ont ces caractéristiques. Mais pour Grothendieck, les conjectures de Weil ne sont pas tant intéressantes en elles-mêmes que comme test de la solidité de ses conceptions générales. Grothendieck distingue les mathématiciens bâtisseurs, et les explorateurs, mais se voit les deux à la fois (André Weil était certainement moins un bâtisseur que lui, et abhorrait les "grosses machines", même s'il en a construit quelques-unes).

La méthode favorite de Grothendieck s'apparente à celle de Josué à la conquête de Jericho. Il faut emporter la place, mais en construisant un système de sapes autour du problème ; à un moment donné, sans qu'on ait vraiment à livrer bataille, tout tombe. C'est aussi la méthode des Romains, lors de la dernière révolte juive, où Massada fut conquise au prix de formidables travaux de terrassement. Grothendieck, lui, est persuadé que si l'on arrive à une vision unificatrice suffisante des mathématiques, à pénétrer suffisamment en profondeur l'essence mathématique et la stratégie des concepts, les problèmes particuliers ne sont plus qu'un test et l'on n'a plus besoin de les résoudre en eux-mêmes.

Cette stratégie a assez bien réussi à Grothendieck, même si ses rêves l'entraînaient trop loin et qu'il ait fallu l'influence correctrice de Dieudonné et de Serre. Mais, j'ai déjà dit que Grothendieck n'accomplit que les trois quarts du chemin, et laissa la conclusion à Deligne. La méthode de Deligne est totalement orthogonale à celle de Grothendieck : il connaît à fond tous les ressorts de la méthode de son maître, tous les concepts, toutes les variantes. Sa démonstration de 1974 est une attaque de front et une merveille de précision, où les étapes s'enchaînent les unes aux autres dans un ordre naturel, sans surprises. Les auditeurs de ses exposés eurent l'impression, jour après jour, qu'il n'y avait aucune nouveauté – alors que chaque exposé de Grothendieck vous introduisait dans un monde nouveau de concepts, toujours plus généraux – mais le dernier jour, tout était en place, et la victoire acquise. Deligne abattait les obstacles l'un après l'autre, mais chacun était d'un style familier. Je pense que cette opposition de méthode – ou plutôt de tempérament – est la vraie raison du conflit personnel qui s'est développé entre eux. Je pense aussi que le fait que "Jean, le disciple préféré, ait écrit seul le dernier Évangile" explique en partie la retraite farouche où s'est enfermé Grothendieck.

* * * * * * * *

Nous arrivons au cœur de la méthode mathématique de Grothendieck, de sa vision unificatrice. Des douze grandes idées, dont il se fait à juste titre gloire, il en retient trois qu'il met au-dessus du reste, et qu'il énonce sous forme de la progression :

$$\text{SCHÉMA} \rightarrow \text{TOPOS} \rightarrow \text{MOTIF}$$

dans un sens de plus en plus englobant. Toute sa stratégie scientifique est organisée sur une progression de concepts de plus en plus généraux. L'image qui me vient à l'esprit est celle de ce temple bouddhiste que je visitai vers 1980 au Vietnam. Selon la tradition, l'autel était une série de gradins, surmonté d'une figure couchée du Bouddha – là aussi la tradition – un Bouddha avec une face énorme, mais dont les traits étaient ceux d'un sage que la tradition locale décrivait comme le Montaigne vietnamien du 11ème siècle, si vous voulez. Quand on suit l'œuvre de Grothendieck dans son développement, on a ainsi l'impression d'aller de degré en degré vers la perfection. La face du Bouddha est en haut, face humaine et non symbolique, vrai portrait et non représentation traditionnelle.

Avant de détailler le sens de la trilogie énoncée ci-dessus, il faut parler des qualités de styliste de Grothendieck. C'est un maître de la dénomination, et il en use comme d'une de ses stratégies intellectuelles majeures. Il a un talent particulier pour nommer les choses avant de se les approprier et de les conquérir, et beaucoup de ses choix terminologiques sont très remarquables. Mais là aussi, son expérience est singulière. Sa "Muttersprache" est l'allemand, et il n'a jamais communiqué qu'en allemand avec sa mère, dans les nombreuses années de symbiose étroite avec elle, jusqu'à sa mort. Quand je l'ai connu vers 1953, je sentais en parlant avec lui qu'il pensait en allemand – et mon sens de lorrain ne me trompait pas là-dessus.

Il a un sens esthétique remarquable. Pourtant, je n'ai jamais compris son attirance évidente pour les femmes laides. Je n'arrive pas non plus à comprendre pourquoi il a toujours vécu dans des logements horribles ; il travaille la nuit, en général dans une pièce immonde, avec le crépi qui tombe, et en tournant le dos à la fenêtre (à la recherche de quelle humiliation ?). Et pourtant, quand il cherche des images mentales pour expliquer ses idées scientifiques, il y a la "belle demeure parfaite", le "beau château dont on a hérité", toutes allégories de la belle maison. Lui-même se décrit en bâtisseur. Toutes ces images, il les utilise avec un bonheur remarquable. S'il a longtemps pensé en allemand, il a depuis longtemps acquis le sens du français, et son bilinguisme lui permet de jouer des germanismes à bon escient. En français, il utilise un registre de langue fantastique, allant du plus familier au plus élaboré, avec un sens des mots absolument extraordinaire.

Sa stratégie est donc de *nommer*. De là vient le titre de ma conférence : "Un pays dont on ne connaîtrait que le nom", car c'est bien là sa manière de procéder. Les "motifs" représentaient pour lui l'étape ultime, celle qu'il n'a pas atteinte ; par contre, les deux étapes intermédiaires (schémas et topos) ont été franchies.

* * * * * * **

Il n'est pas question de donner ici une introduction technique à la notion de *schéma*. Le terme lui-même est dû à Chevalley, avec une acception plus restrictive que celle de Grothendieck (voir note[8]). André Weil, dans ses *Foundations of Algebraic Geometry*, avait étendu à la géométrie algébrique abstraite (c'est-à-dire sur un corps quelconque, non nécessairement celui des nombres réels ou complexes) la méthode de recollement par cartes locales que son maître Elie Cartan avait utilisée en géométrie différentielle (après Gauss et Darboux). Mais la méthode de Weil n'était guère intrinsèque, et Chevalley s'était demandé ce qui était invariant dans une variété au sens de Weil – interrogation bien caractéristique de Chevalley. La réponse, inspirée des travaux antérieurs de Zariski, était simple et élégante : le schéma de la variété algébrique est la collection des anneaux locaux des sous-variétés, à l'intérieur du corps des fonctions rationnelles. Pas de topologie explicite, à l'opposé de Serre qui à peu près au même moment introduit ses variétés algébriques au moyen de la topologie de Zariski et des faisceaux. Chacune des deux approches avait ses avantages, mais aussi ses limitations :

– corps de base algébriquement clos chez Serre ;

– variétés irréductibles chez Chevalley.

Dans les deux cas, les deux problèmes fondamentaux du produit des variétés, et du changement du corps de base, ne s'abordaient que de manière indirecte. Pour les extensions futures à l'arithmétique, le point de vue de Chevalley était le mieux adapté, comme le remarqua bientôt Nagata.

Galois a sans doute été le premier à percevoir la polarité entre équations et solutions. On doit distinguer le *domaine* où les coefficients des équations algébriques sont choisis (celui des constantes) du *domaine* où chercher les solutions des équations. Weil garde cette distinction du "corps de définition" d'une variété et du "domaine universel", mais il n'est pas vraiment explicite sur le fait que le corps de définition ait un sens intrinsèque, obsédé qu'il est de son idée de spécialisation. Pour Serre, il n'y a qu'un seul domaine (nécessairement, un corps algébriquement clos), ce qui est satisfaisant pour les problèmes "géométriques", mais élude beaucoup de questions intéressantes. Chez Chevalley (à la suite de Zariski), l'objet central est le corps des fonctions rationnelles, avec son corps de définition apparaissant comme corps des constantes, et le domaine universel est pratiquement éliminé.

Grothendieck fera la synthèse en s'appuyant essentiellement sur la présentation conceptuelle de Zariski-Chevalley-Nagata. Les schémas sont donc une manière de coder les systèmes d'équations, et les transformations qu'on peut leur faire subir ; la théorie des idéaux, développée au début du siècle par Macaulay et Krull, avait déjà les mêmes ambitions, et nous lui sommes redevables d'une foule de résultats techniques.

La manière dont Grothendieck présente la problématique de Galois est la suivante. Un schéma est un objet "absolu", disons X, et le choix d'un domaine de constantes (ou corps de définition) correspond au choix d'un autre schéma S et d'un morphisme[27] π_X de X dans S. Dans la théorie des schémas, un anneau commutatif s'identifie à un schéma, son spectre[28], mais à un homomorphisme de l'anneau A vers l'anneau B correspond, en sens inverse, un morphisme du spectre de B vers celui de A. De plus, le spectre d'un corps a un seul point sous-jacent (mais il y a beaucoup de points différents en ce sens) ; par conséquent, la donnée du corps de définition comme inclus dans le domaine universel correspond à la donnée d'un morphisme de schéma π_T de T dans S. Une solution du "système d'équations" X, avec le "domaine de constantes" S, à valeurs dans le "domaine universel" T, correspond à un morphisme φ de T dans X tel que π_T soit le composé de φ et π_X, soit en symboles :

$$\begin{tikzcd} T \arrow[rr, "\varphi"] \arrow[dr, "\pi_T"'] & & X \arrow[dl, "\pi_X"] \\ & S & \end{tikzcd}$$

Admirable simplicité, et point de vue d'une grande fécondité, mais changement complet de paradigme ! Le point de vue central des mathématiques "modernes" est fondé sur la primauté des ensembles. Une fois acceptée l'existence des ensembles (simples "classes" ou "collections"), et des constructions que l'on peut effectuer sur eux (dont la plus importante est de pouvoir considérer les sous-ensembles d'un ensemble donné comme éléments d'un nouvel ensemble), tout objet mathématique est, en droit, un ensemble, et coïncide avec l'ensemble de ses points[29]. Les transformations sont des transformations ponctuelles, en principe[30]. Dans les diverses formes de la géométrie (différentielle, métrique, affine, algébrique), l'objet central est la variété[31] vue comme ensemble de points. Dès le 19ème siècle, on s'est habitué à distinguer les points réels des points complexes des courbes ou des surfaces définies par des équations polynomiales. Bien plus, dans l'étude des équations diophantiennes, on considère un système d'équations $f_1 = \cdots = f_m = 0$ en les inconnues $x_1, \ldots, x_n$, avec des polynômes $f_1, \ldots, f_m$ à coefficients entiers. La pratique de ces équations a conduit à distinguer les solutions réelles ou complexes, mais aussi entières ou rationnelles ; il faut aussi considérer, ce qui est moins orthodoxe, les solutions dans un corps de Galois (par exemple, les entiers modulo p, où p est un nombre premier), ou même, après Kummer et Hensel, dans un corps p-adique. Il était donc devenu d'usage courant de considérer des solutions d'équations prises, de manière simultanée et concurrente, un peu partout. Pour Grothendieck, *le schéma est le mécanisme interne, la matrice*[32]*, qui engendre les points de l'espace* : le diagramme ci-dessus s'exprime en disant que φ est un T-point du S-schéma X, et ceci quel que soit le S-schéma T.

Dans un article récent (voir la note[2]), j'ai étudié, de manière très mathématique, le problème du point géométrique, et je ne vais pas répéter ici cette analyse. Disons seulement que l'analyse purement mathématique, par Gelfand, puis par Grothendieck, de la notion de point s'est rencontrée avec une réflexion fondamentale en Physique Mathématique, du statut du point en Physique Quantique. L'expression la plus systématique de cette dernière réflexion est la "Géométrie non-commutative" de Connes. La synthèse est loin d'être achevée. La parenté de plus en plus manifeste entre le *groupe de Grothendieck-Teichmüller*[33] d'une part, et le *groupe de renormalisation* de la Théorie Quantique des Champs[34] n'est sans doute que la première manifestation d'un groupe de symétrie des constantes fondamentales de la physique, une espèce de groupe de Galois cosmique ! Grothendieck n'avait pas prévu cette évolution, et ne la souhaitait sans doute pas, à cause de ses préjugés contre la physique (dus pour une bonne part à son refus véhément du complexe militaro-industriel). Il se peut que le rapprochement aurait pu se faire plus tôt si les contraintes du système soviétique n'avaient pas freiné la diffusion des idées scientifiques au travers du rideau de fer.

Quelque part dans "Récoltes et Semailles", Grothendieck se compare à Einstein pour sa contribution au problème de l'espace. Il a raison, et sa contribution a la même ampleur que celle d'Einstein[35]. Einstein et Grothendieck ont tous deux approfondi une vision de l'espace, où celui-ci n'est pas un réceptacle vide pour les phénomènes, une scène de théâtre neutre, mais l'acteur principal de la vie du monde et de l'histoire de l'Univers. Ce lointain descendant de la théorie des tourbillons de Descartes est le moteur principal de notre compréhension du monde physique après le 20ème siècle !

* * * * * * * *

Examinons maintenant les *topos*[36]. Nous avons vu que la géométrie des schémas est une géométrie avec une pléthore de points, du moins avec la notion très généralisée de point liée au diagramme précédent. Les topos réalisent au contraire une *géométrie sans points*. L'idée d'une géométrie sans point n'est pas nouvelle ; à vrai dire, c'est la plus ancienne. Dans le point de vue euclidien, on considère des figures géométriques, dont certaines sont des points, mais il y a aussi des droites, des plans, des cercles... et ce n'est qu'à l'époque moderne, après le succès de la théorie des ensembles, qu'on a pris l'habitude de considérer toute composante d'une figure géométrique comme un ensemble de points. Pour le moderne, une droite est l'ensemble de ses points, ce n'est pas un objet primitif, mais dérivé. Pourtant, rien n'empêche de proposer un cadre axiomatique de la géométrie où sont mis sur le même pied points, droites, plans... On connaît ainsi des axiomatiques de la géométrie projective (Birkhoff) où la notion primitive est celle de "plat" (généralisation des droites, plans...) et où la relation fondamentale est celle d'incidence : le point est sur la droite, la droite est dans le plan... Mathématiquement, on considère une classe d'ensembles (partiellement) ordonnés appelés lattices[37], et une géométrie correspond à l'un de ces lattices.

Dans la géométrie d'un espace topologique, et particulièrement dans l'utilisation des faisceaux, le lattice des parties ouvertes occupe le devant de la scène, et les points sont relativement secondaires. On pourrait donc remplacer un espace topologique par le lattice de ses ouverts, sans grand dommage, et cette idée a été proposée à plusieurs reprises. Mais l'originalité de Grothendieck a été de reprendre l'idée de Riemann que les fonctions holomorphes multivaluées vivent en réalité, non pas sur les ouverts du plan complexe, mais sur des surfaces de Riemann étalées. Les surfaces de Riemann étalées se projettent les unes sur les autres et forment donc les objets d'une catégorie. Or un lattice est un cas particulier de catégorie, celui dans lequel il y a au plus une transformation entre deux objets donnés. Grothendieck propose donc de remplacer le lattice des ouverts par la catégorie des ouverts étalés. Adaptée à la géométrie algébrique, cette idée résoud une difficulté fondamentale, liée à l'absence d'un théorème des fonctions implicites pour les fonctions algébriques. C'est ainsi qu'il introduit le *site étale* associé à un schéma. Les faisceaux peuvent être considérés comme des foncteurs particuliers sur le lattice des ouverts (vu lui-même comme catégorie) et se généralisent donc en des faisceaux étales, qui sont des foncteurs particuliers sur le site étale.

Grothendieck jouera de nombreuses variations sur ce thème, avec un grand succès, dans divers problèmes de constructions géométriques (problème des "modules pour les courbes algébriques", par exemple). Le plus grand succès sera la possibilité de définir la théorie homologique qui lui est nécessaire pour attaquer les conjectures de Weil : la cohomologie étale l-adique des schémas, tel est son nom.

Mais il y a encore une étape à franchir dans l'abstraction. Reprenons la progression :

$$\text{SCHÉMA} \to \text{SITE ÉTALE} \to \text{FAISCEAUX ÉTALES.}$$

Grothendieck réalise qu'on peut se placer directement à la dernière étape, et que toutes les propriétés géométriques d'un schéma sont codées dans la *catégorie des faisceaux étales*. Cette catégorie appartient à une espèce particulière de catégories qu'il baptise "topos".

Voici alors le dernier acte de la pièce. Il est typique de la folle générosité des idées de Grothendieck, et aussi de la légèreté avec laquelle il abandonnait ses enfants (mathématiques !). Notre héros avait remarqué que les faisceaux sur un espace donné formaient une catégorie qui avait, en gros, toutes les propriétés de "la" catégorie des ensembles. Or, après les résultats d'indécidabilité de Gödel et de Cohen en théorie des ensembles, il y a non pas *une* catégorie des ensembles, mais *divers modèles* non équivalents de la théorie des ensembles (au sens logique de "modèle"). Il était donc naturel d'explorer les relations entre topos et modèles de la théorie des ensembles. Grothendieck était aussi ignorant, et peut-être aussi méprisant, de la Logique que son Maître Bourbaki, tout autant que de la Physique Mathématique. Il appartint à d'autres (surtout Benabou, Lawvere et Tierney) de résoudre l'énigme : les topos sont exactement les modèles de la théorie des ensembles, mais dans une logique particulière, qu'on appelle "intuitionniste", et où le principe du Tiers-exclus n'est pas valable. Il est très remarquable que cette logique ait été inventée par un fameux topologue, Brouwer, et qu'avec un peu de recul, elle s'impose naturellement en vertu du fait que l'intérieur de l'adhérence d'un ensemble ouvert ne lui est pas égal[38].

Mais l'invention des topos donne une liberté inouïe au jeu mathématique, et permet de briser le carcan de "la" théorie des ensembles. Rejouer une pièce mathématique bien connue dans le décor nouveau d'un topos un peu exotique peut amener des surprises, et faire découvrir des accents nouveaux dans des vers ressassés ; parfois, cette nouvelle représentation révèle des trésors mathématiques. D'un point de vue plus général, un topos porte en lui sa propre logique[39], et définit donc une espèce de logique modale, ou plutôt une logique du *hic* et du *nunc*, une logique spatio-temporelle où la valeur de vérité d'une assertion peut dépendre du lieu et du temps[40].

D'un point de vue plus technique, Peter Freyd a appliqué avec succès les méthodes de topos pour simplifier la méthode du "forcing" de Cohen, et sa démonstration d'indécidabilité de l'hypothèse du continu. Il serait aussi souhaitable de conjuguer la méthode des topos avec les résultats récents de théorie des modèles concernant la conjecture de Mordell-Lang[41].

On comprend mieux maintenant pourquoi Grothendieck considérait la notion de topos comme centrale, alors que le concept plus général de catégorie n'était pour lui qu'un outil.

* * * * * * * *

Il nous reste à donner quelques indications sur les *motifs*. L'image que Grothendieck donne lui-même, c'est celle d'une côte rocheuse, de nuit, éclairée par un phare. Le phare est tournant, et il éclaire alternativement une portion de la côte ou une autre. De manière analogue, les diverses théories cohomologiques connues, dont les multiples qu'il a lui-même inventées, sont ce qu'on voit et il nous faut remonter à la source, construire le phare qui unifiera la représentation du paysage. D'une certaine manière, la stratégie scientifique est inverse de celle qui était à l'œuvre dans les schémas. Dans la représentation donnée ci-dessus, le S-schéma X était donné, et, de là, on pouvait réaliser ses diverses incarnations : pour chaque S-schéma T, on peut construire l'ensemble des T-points de X. Ici, le lieu central est inconnu, seules certaines de ses incarnations sont accessibles : image théologique ?

Grothendieck lui-même n'a rien publié sur ce sujet et s'est contenté de quelques remarques. Je pense que Manin est le premier à avoir donné une contribution au sujet, puis ce fut un long silence. Dans ces dernières années, il y a eu un regain d'activité et d'actualité, et le programme s'est précisé. La contribution la plus ambitieuse est celle de Voevodsky : il construit une catégorie d'objets, appelés motifs, qui est le lieu des invariants géométriques, et chaque schéma définit un motif particulier. Mais, dans une telle catégorie, on peut faire migrer des "morceaux d'objets", et l'image du patrimoine génétique migrant à travers les êtres vivants me semble pertinente. Que ceci soit possible résulte de la définition des "poids" donnée par Deligne, et qui était la pièce maîtresse de sa démonstration des conjectures de Weil.

L'outil créé par Voevodsky répond sans doute aux attentes de Grothendieck, mais il risque d'être d'un emploi difficile. Les bons outils se doivent d'être simples d'emploi. Aussi, les quelques progrès qui ont été faits l'ont été en restreignant les ambitions ; ils ont nom "structures de Hodge mixtes", "motifs de Tate mixtes", et chacun de ces objets est l'expression d'un groupe fondamental de symétries, tel le groupe de Grothendieck-Teichmüller déjà mentionné. En fait, même dans ce champ restreint, il y a déjà une tâche immense, et des trésors inestimables à déterrer. Grothendieck s'est plaint du côté trop économe, trop raisonnable, de tout ceci, et accable les tâcherons de sa hauteur de visionnaire. Mais il me semble qu'en présence de visionnaires mathématiques comme Grothendieck – ou bien Langlands – qui ont formulé des programmes d'une ambition folle, mais aussi parfois imprécis, la bonne stratégie scientifique consiste à isoler un morceau assez précis et restreint pour que l'on puisse avancer, et assez vaste pour qu'on ramasse quelque chose d'intéressant. Philosophie de tâcheron ?

* * * * * * * **

ANATOMIE D'UN AUTEUR

Je ne me hasarderai pas à un diagnostic de notre patient, faute de compétence, et je ferai seulement quelques commentaires guidés par la sympathie. Ce qui frappe d'abord chez Grothendieck, c'est l'expression de la *souffrance* : souffrance d'avoir laissé une œuvre inachevée, sentiment d'avoir été trahi par ses collaborateurs et successeurs. Dans un moment de vraie lucidité, il a dit à peu près ceci : "J'étais le seul à avoir le souffle, et ce que j'ai transmis autour de moi, ce n'était pas le souffle, mais la tâche. J'ai eu des tâcherons autour de moi, mais aucun d'entre eux n'a eu vraiment le souffle !". Commentaire vrai et profond, mais qui ne répond pas à la question de savoir pourquoi il a délibérément clos la bouche d'où émanait ce souffle ! D'après ce qu'on sait de sa vie actuelle, il est sujet à des crises de dépression cyclique. Il me semble que ses capacités de création scientifique étaient la meilleure antidote à cette dépression, et que l'immersion dans un milieu scientifique vivant (Bourbaki et l'IHES) favorisait cette création en lui donnant une dimension collective ; *a contrario*, dans le relatif désert scientifique de Montpellier, et encore plus dans sa farouche retraite, l'isolement, le manque de personnalités à sa hauteur à qui s'opposer ou se comparer, ne le protègent plus contre ces irruptions de la souffrance.

Pour rester sur un terrain plus sûr, je voudrais parler de la dimension religieuse de sa vie. Qu'elle soit permanente et profonde, c'est ce qui ressort de ses dires. Il a eu des moments d'hallucination visuelle et auditive : il décrit ces apparitions divines et parle de cantiques qu'il chante avec ses deux voix simultanées, la sienne et celle de Dieu. C'est à la suite d'une série de ces hallucinations – ou apparitions – qu'il lança un message eschatologique qui ne suscita aucune réponse !

Quels sont ses antécédents ? J'ai signalé que son père était né dans une communauté hassidim d'Ukraine, là où des "fous de Dieu" étaient ces ermites qui se faisaient emmurer vivants dans des tours munies d'un seul guichet par lequel ils recevaient l'aumône des fidèles. Mais Grothendieck ne s'est jamais rattaché au judaïsme, dans aucune de ses variantes établies. Il dit s'inscrire dans une tradition bouddhiste ; j'ignore qui l'a introduit à ce système de pensée, mais j'ai déjà mentionné ce visiteur qui provoqua sans le vouloir le *procès*. A la fin des années 60, Grothendieck visita le Vietnam en butte aux bombardements américains, et il eut une longue liaison, en France, avec une élève vietnamienne (officiellement, bonne communiste, mais...). Une de ses obsessions fondamentales est liée à la nourriture, et il pratique une forme extrême de végétarisme. Là, les deux traditions, juive et bouddhiste, se rejoignent aisément.

Sa propre Trinité se compose de Dieu-le-Père, de la déesse-mère, et du diable. Il nomme le premier : "le bon Dieu" ; je ne comprends pas bien pourquoi il a choisi cette dénomination tirée d'une piété populaire un peu désuète, mais il semble évident que ce n'est pas le Bouddha, plutôt l'image du père absent (d'ailleurs, dans l'orthodoxie bouddhiste, Bouddha n'est pas Dieu !). Le personnage central est la déesse-mère, qu'il décrit quelque part comme une femme très séduisante qu'il prénomme Flora. La déesse-mère est présente dans beaucoup de religions (y compris dans un christianisme officiellement monothéiste), mais un phénomène assez récent est le développement, au Japon et au Vietnam, du culte de Kannon (ou Kan-Eum, ou Dame de Miséricorde[42]). Le lien de cette dévotion de Grothendieck avec la figure de sa mère est évident. Il a vécu en symbiose étroite avec elle, qui était très affaiblie après l'épreuve des camps de détention nazis et français, pendant les vingt ans qui séparent son arrivée à lui en France en 1938, de sa mort, à elle, en 1957 ; il porte son nom[43], il lui a dédié sa thèse, partageait la langue allemande avec elle. D'après son témoignage, sa folle passion pour les femmes a attendu la mort de sa mère pour se déployer, de la fin des années 50 à la fin des années 80.

Le symptôme le plus inquiétant est son obsession du diable. D'après ses derniers visiteurs, lui qui n'avait pas théologisé sa religion, s'est lancé dans la rédaction d'une somme sur l'action du diable dans le monde (il a toujours été un obsessionnel de l'écriture !). Son catastrophisme n'est pas nouveau, et il était en phase avec les terreurs des années 70 (guerre nucléaire globale et pollution). Plus récemment, il y eut cet incident déjà mentionné : à l'instar de Paco Rabanne, il avait reçu révélation de la date de la fin du monde, et il précisait bien qu'il s'agissait de la fin du "tout", pas seulement de notre petite terre. Par charité, il la communiqua à 200 ou 300 personnes, tirées de sa liste de correspondants scientifiques, et les exhorta à la repentance avant l'explosion finale : il y aurait peu d'élus. Ce courrier qui n'avait suscité aucune réponse fut suivi d'une rétractation dépitée, après la date fatale.

Je décrirai simplement deux épisodes, pour montrer à quel point il s'est éloigné d'un point de vue rationnel et scientifique. Il y a environ dix ans, lors d'une visite à Montpellier, il me communiqua le travail de deux de ses étudiants, une pénible énumération, avec crayons de couleur, de configurations de droites (le problème était sérieux). Quand j'ai fait remarquer qu'une recherche à l'ordinateur serait plus rapide et plus sûre, il a constaté avec tristesse que cette suggestion me désignait comme un suppôt du diable (dans sa version militaro-industrielle !). Plus récemment, il s'est lancé dans de longues réflexions pour comprendre comment les 300 000 km/s que l'harmonie divine réclamait pour la vitesse de la lumière étaient devenus 298 779 km/s par la volonté corruptrice du diable. Lui dont l'œuvre mathématique a tourné en grande partie autour de la notion d'invariance, et de la naturalité des concepts, refusait de voir le caractère conventionnel du système métrique[44]. Il ne s'agit pas d'une bévue, ou d'une ignorance scientifique ; c'est simplement l'autre face de sa logique personnelle, cette même logique en équilibre instable qui nous a valu cette œuvre prodigieuse.

* * * * * * * *

EN LIEU DE CONCLUSION

La mathématique se veut la plus *objective* des sciences. A tout le moins, son *intersubjectivité* réclame-t-elle que l'expérience mathématique se détache au maximum de l'affect du mathématicien pour pouvoir être communiquée sans distorsion et prendre son caractère collectif. Le sujet mathématique, conçu comme le mathématicien sujet, présent derrière la création, est sommé de disparaître, et cette disparition est assez effective en pratique.

Dans cette problématique, Grothendieck représente un cas d'espèce extraordinaire. Lui, dont le père fut au centre de tous les combats sociaux d'un demi-siècle, vécut en dehors du monde, bien au-delà de ce que la tradition accorde au mathématicien distrait. Même dans son milieu mathématique, il n'est pas vraiment de la famille, et poursuit un monologue, ou plutôt un dialogue avec la mathématique... et Dieu, ce qu'il ne sépare pas. Son œuvre est unique en ce qu'elle ne gomme pas ses fantasmes et ses obsessions, mais vit avec eux, vit d'eux ; en même temps qu'une œuvre strictement mathématique, il nous livre, en une analyse au sens freudien, ce qu'il croit en être le sens.

Sa vie est traversée et brûlée par le feu de l'esprit, comme celle de Simone Weil, à qui l'unissent d'étranges parentés. Il est à la recherche d'un pays et d'un nom. S'agit-il de la Terre promise, cette terre de Judée où le miel coule à flots, entrevue au-delà du Mont Sinaï, l'accomplissement de la promesse, la révélation de toute vérité ? Je crois plutôt que ce pays mythique est la patrie de son père, cette Ukraine juive que les malheurs de l'Europe de l'Est ont placée en l'endroit le plus inaccessible de l'Empire Soviétique – pourtant l'un des plus fermés. Le nom est celui du père !

* * * * * * * *

Remerciements : Comme à l'accoutumée, ils vont d'abord à mon épouse Monique et à ma fille Marion, pour leur aide dans la transcription de l'enregistrement de la conférence de Cerisy, la frappe et la relecture critique. Il vont aussi à Nathalie Charraud, mon associée dans cette intrusion en terre étrangère, pour sa tenacité à faire paraître ces comptes-rendus. Enfin, un grand merci à toute l'équipe de Cerisy-la-Salle, pour la qualité de leur accueil, qui a beaucoup contribué au succès de ce colloque.

NOTES

[1] Cette terminologie officielle désigne le congrès mondial quadriennal des mathématiques. Noter le glissement entre "mathématiques" et "mathématiciens".

[2] A l'occasion du 40$^{\text{e}}$ anniversaire de l'IHES, est paru un "Festschrift" sous forme d'un numéro spécial des *Publications Mathématiques*, assez peu diffusé. Ma contribution, intitulée "La folle journée", est une analyse de la notion de point géométrique, où je fais la part belle aux idées de Grothendieck. Une traduction anglaise est parue au *Bulletin of the American Mathematical Society* (octobre 2001).

[3] Grothendieck fut un ami très proche, et nous avons collaboré scientifiquement, mais je ne l'ai pas revu depuis plus de dix ans. Il m'a fait parvenir une partie seulement de "Récoltes et Semailles", celle qu'il jugeait que je pouvais comprendre. Pour la partie manquante, je me suis appuyé sur l'exemplaire de la bibliothèque de l'IHES.

[4] "The Grothendieck Festschrift", 3 volumes édités par P. Cartier, L. Illusie, N.M. Katz, G. Laumon, Y. Manin et K.A. Ribet, Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, 1990.

[5] A la même époque, la Mécanique Quantique, autre pilier de la science du 20ème siècle, et dont les fondements mathématiques font largement appel à l'Analyse Fonctionnelle, était bannie de l'enseignement universitaire français pour des raisons fort semblables.

[6] Voici une présentation simplifiée du problème. On considère un nombre premier p et une équation de la forme $y^2 = x^3 - ax - b$, où a, b sont des entiers modulo p. On veut compter le nombre N_p de solutions de cette équation, où x, y sont eux aussi des entiers modulo p. D'après Hasse (1934), on a l'inégalité $|N_p - p| \leq 2\sqrt{p}$; cette inégalité a trouvé récemment des applications dans la théorie du codage. André Weil, dans un résultat annoncé en 1940, et démontré complètement vers 1948, a considéré le cas d'une équation plus générale, de la forme $f(x, y) = 0$, où f est un polynôme à coefficients entiers modulo p. L'inégalité prend ici la forme $|N_p - p| \leq 2g\sqrt{p}$, où la nouveauté est l'entier g, le *genre* (il est égal à 1 dans le cas précédent). Le genre est un invariant algébrique de l'équation $f = 0$, mais dont Riemann a découvert la signification géométrique que voici : l'équation initiale s'écrit aussi comme une *congruence* $F(x, y) \equiv 0$ mod. p, où le polynôme F a des coefficients *entiers*. On considère maintenant l'ensemble des solutions de l'*égalité* $F(x, y) = 0$, où x, y sont des *nombres complexes* ; ces solutions forment une "surface de Riemann" et celle-ci s'obtient en ajoutant à une sphère des anses au nombre de g.

L'inégalité ultime a été démontrée par Weil et Lang en 1954 : si l'on considère un système de m équations $f_1 = \ldots = f_m = 0$ à n inconnues $x_1, \ldots, x_n$, le nombre de solutions N_p satisfait à une inégalité $|N_p - p^d| \leq C\,p^{d-1/2}$ (l'entier d est la *dimension algébrique*, égale en général à $d = n - m$, la constante $C > 0$ est plus difficile à expliciter). Dans le cas précédent, on a $n = 2$, $m = 1$, $d = 1$, $C = 2g$.

Le défi proposé par Weil en 1949 est de donner une *formule exacte*, et non plus seulement une inégalité. Pour ce faire, il faut compter dans N_p aussi les points à l'infini (au sens de la géométrie projective) de la variété V définie par les équations $f_1 = \ldots = f_m = 0$, d'où un nombre $\overline{N}_p$ de solutions. Par une généralisation de la construction donnée plus haut, et nécessitant de remplacer les congruences modulo p par des égalités entre nombres complexes, on associe à V un espace S de dimension $2d$ localement paramétré par d nombres complexes (rappelons que l'on a $d = 1$, d'où $2d = 2$ pour les surfaces de Riemann). L'espace S possède des invariants géométriques, appelés *nombres de Betti*, et notés $b_0, b_1, \ldots, b_{2d}$. Weil propose alors la conjecture

$$\overline{N}_p = S_0 - S_1 + S_2 - \ldots - S_{2d-1} + S_{2d}$$

$$S_i = a_{1,i} + \ldots + a_{b_i,i} \qquad \text{avec} \quad |a_{j,i}| = p^{i/2}\,, \ \text{pour } i = 0, 1, \ldots, 2d\,.$$

En particulier, on a $b_0 = b_{2d} = 1$ et $S_0 = 1$, $S_{2d} = p^d$. Dans le cas de la dimension $d = 1$, on a $b_0 = 1$, $b_1 = 2g$, $b_2 = 1$ et $\overline{N}_p = 1 - (a_1 + \ldots + a_{2g}) + p$ avec $|a_i| = \sqrt{p}$, d'où immédiatement $|\overline{N}_p - 1 - p| \leq 2g\sqrt{p}$ (mais ici $\overline{N}_p = 1 + N_p$ dans le cas standard). Weil a traité de manière complète un certain nombre d'exemples classiques, en accord avec cette conjecture, et Chevalley a appliqué ces méthodes de décompte à la théorie des groupes finis.

[7] Le géomètre allemand Erich Kähler a publié en 1958 un article (en italien) intitulé "Geometria Arithmetica" (Annali di Matematica, t. XLV, 368 pages), et le mot a fait fortune. Il s'agit aussi du domaine appelé "analyse diophantienne", après le mathématicien grec Diophante. Il s'agit d'une théorie des équations dites indéterminées, du type $x^3 + y^3 + z^3 = t^3$, qui possèdent une infinité de solutions en nombres réels ou complexes, mais où l'on se restreint à rechercher les solutions en nombres entiers (ou rationnels). L'existence de solutions fait alors question, et les propriétés de divisibilité, celles des nombres premiers, jouent un grand rôle, d'où l'aspect "arithmétique".

[8] Glissement épistémologique caractéristique : pour Chevalley, qui invente le nom vers 1955, il s'agit du "schéma" ou "squelette" d'une variété algébrique, qui reste l'objet central. Pour Grothendieck, le "schéma" est le point focal, source de toutes les projections et de toutes les incarnations.

[9] Il n'est pas très difficile de définir une catégorie multi-dimensionnelle *stricte*, au moyen d'une cascade de lois de composition. Pour les catégories au sens large (on dit "lax" en anglais), l'enjeu est le suivant : lorsqu'on veut formuler une identité à un certain niveau, disons $A = B$, il faut créer un nouvel objet au niveau immédiatement supérieur, qui réalise la transformation de A vers B. Il s'agit donc d'une théorie dynamique des relations. Dans son esprit, elle est analogue à la théorie des types de Whitehead et Russell, mais elle

comporte un volet géométrique ; d'ailleurs, Grothendieck conçoit ses "champs" comme une généralisation de la théorie de l'homotopie (qui étudie les déformations en géométrie). La fusion de la logique et de la géométrie, qui est en germe dans les champs et les topos, est une des directions les plus prometteuses ouvertes par Grothendieck.

[10] Est-ce une coïncidence fortuite qu'il y ait aussi un fantôme dans la vie d'Einstein, une fille née avant son premier mariage, et dont la trace s'est perdue, aucun des deux époux n'ayant voulu retrouver leur enfant commun ?

[11] Mon collègue Szpiro m'a confirmé ce point, son père ayant été interné au Vernet pour des raisons analogues. Les témoignages commencent à se manifester, soixante ans plus tard !

[12] La *Götterdämmerung* de Berlin en 1945 verra la destruction des archives d'état-civil. Grothendieck, de ce fait, aura des difficultés administratives répétées. Jusqu'au début des années 1980, il voyagera avec un passeport "Nansen" des Nations Unies, donné avec parcimonie aux apatrides. Après 1980, persuadé qu'il ne peut plus être appelé dans l'armée française, il consentira à se faire naturaliser français.

[13] J'ai éprouvé les mêmes sentiments dans ma jeunesse provinciale (à Sedan) : j'avais le goût des mathématiques, mais ne pensait pas qu'on puisse en faire un métier. Après un grand-père sorti des Arts-et-Métiers, et un oncle sorti de Centrale, l'ambition de ma famille était de me voir entrer à Polytechnique ! J'aurais continué la lignée des ingénieurs de la famille, et à cela servaient les mathématiques !

[14] Nous eûmes d'épiques discussions politiques, où il fustigeait ce qu'il appelait mon "communisme", qui n'était qu'un engagement dans le courant des "chrétiens progressistes" : la nuance lui échappait, mais peut-être avait-il raison après tout.

[15] Avec des destins très différents, tous deux étaient des héritiers des juifs révolutionnaires de Saint-Pétersbourg sous le tsar. D'ailleurs, les deux fils de Léon Motchane sont fortement engagés à gauche.

[16] Dans "Récoltes et Semailles", Grothendieck dénombre ses *douze* disciples. Le personnage central en est Pierre Deligne, qui combine dans ce récit les traits de Jean, "le disciple que Jésus aimait", et de Judas. Poids des symboles !

[17] C'est là que sera consommée la rupture entre Dieudonné et Grothendieck ; l'incompréhension était devenue totale entre un tenant de la science pour la science, responsable du Congrès Mondial, et le militant libertaire qui rêvait d'utiliser ce Congrès comme une tribune pour ses idées.

[18] La création de Grothendieck !

[19] Sort commun des institutions et des civilisations !

[20] Que l'on se plaît à comparer au prix Nobel (inexistant en mathématiques), mais limité à 3 ou 4 récipiendaires tous les 4 ans.

[21] Maintenant que les "événements d'Algérie" sont devenus officiellement la "guerre d'Algérie" qu'ils étaient, pourra-t-on trouver un terme adéquat pour les "événements de 68" ?

[22] Son insistance à ne pas devenir citoyen français lui avait évité, au prix fort, une mobilisation ou une remobilisation pendant la guerre d'Algérie. Je me souviens seulement qu'il m'a demandé, au début des années 60, pourquoi je n'avais pas déserté : je participai à cette maudite guerre, même si ce fut assez court.

[23] La découverte d'une subvention modeste à l'IHES accordée, sur la recommandation de Michel Debré, par la D.R.E.T. (organisme de financement de la recherche militaire). Le financement de l'IHES fut longtemps assez opaque, mais les crédits militaires n'y jouèrent qu'un rôle très accessoire. Il n'est cependant pas absurde d'imaginer qu'il y ait eu un plan mondial pour la remobilisation éventuelle des scientifiques dans une nouvelle guerre totale (contre l'URSS cette fois) et que l'IHES ait fait partie de ce réseau. Seul Léon Motchane aurait pu répondre.

[24] Il y fut professeur associé étranger de 1970 à 1972. Au moment où il aurait pu être titularisé, il expliqua clairement qu'il utiliserait sa chaire comme véhicule de ses idées écolo-libertaires. Suivit une curieuse compétition à trois (Grothendieck, Tits et moi-même), peu conforme aux habitudes du Collège de France, qui se termina par la nomination de Tits sur une chaire de Théorie des Groupes.

[25] Son dernier mémoire, paru au Bulletin de la Société Mathématique de São Paulo en 1956, apparaît d'abord comme une étude des foncteurs entre espaces de Banach (prémonition de son investissement ultérieur dans les catégories), bien que le terme de "foncteur" n'apparaisse pas. Le résultat central est formulé comme l'équivalence de deux de ces foncteurs. Dans un exposé au Séminaire Bourbaki, je reformulai son résultat comme une inégalité portant sur les matrices (avec la "constante de Grothendieck"), résultat "quantitatif" qui fut le point de départ de travaux ultérieurs (G. Pisier). Mais Grothendieck n'accepta pas ma reformulation et se prétendit trahi.

[26] Qu'on se rappelle une de ses définitions,

$$\zeta(s) = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1} ,$$

où le produit est étendu à tous les nombres premiers $p = 2, 3, 5, 7, 11, \ldots$

[27] D'emblée, on s'appuie sur la philosophie des catégories : on définit la *catégorie des schémas*, avec ses objets (les schémas) et ses transformations (les morphismes) ; un morphisme f relie deux schémas X et Y, ce qui se symbolise par $X \xrightarrow{f} Y$.

[28] C'était l'idée fondamentale de Gelfand d'associer une algèbre normée commutative et un espace. Grothendieck se souvient là de son premier investissement en Analyse Fonctionnelle, où la théorie de Gelfand était devenue centrale après 1945. Le terme de "spectre" provient directement de Gelfand.

[29] Cet ensemble doit être "structuré", ce qui se fait en utilisant une version ensembliste de la théorie des types de Russell.

[30] Mais la possibilité de considérer, disons, les droites (ou les cercles) dans l'espace comme points d'un nouvel espace, permet d'incorporer à la géométrie des transformations de points en droites (ou en cercles).

[31] Au sens étymologique : "domaine de variation".

[32] Je prends ici le mot "matrice" en son sens commun, non pas dans son sens mathématique habituel de tableau de nombres.

[33] Ainsi baptisé par Drinfeld, qui est l'un des mathématiciens qui ont pénétré le plus en profondeur l'*Esquisse d'un programme* déjà citée de Grothendieck.

[34] Surtout dans la reformulation récente de Kreimer et Connes.

[35] N'oublions pas non plus l'investissement profond d'Einstein dans la bataille contre le militarisme, sur une ligne politique bien voisine de celle de Grothendieck !

[36] Certains puristes voudraient que le pluriel soit "topoi", conformément au grec classique. Je suivrai Grothendieck en écrivant "un topos" et "des topos".

[37] Les hypothèses à faire sont l'existence d'un plus petit et d'un plus grand élément (le vide et le contenant universel), et celle de l'intersection et du joint de deux plats. Dans les vingt dernières années, ce point de vue a été développé de nouveau sous le nom de "matroïde" ou "géométrie combinatoire" (principalement par Rota et Crapo).

[38] Version topologique du fait que la double négation d'une propriété ne lui est pas nécessairement égale (en logique intuitionniste) : violation du Tiers-exclus.

[39] En termes techniques, dans tout topos, l'ensemble des sous-objets de l'objet final est un lattice de Heyting, version intuitionniste d'une algèbre des propositions (les lattices de Boole sont la version logique "classique").

[40] A ma suggestion, la juriste Mireille Delmas-Marty et le mathématicien Jean Bénabou s'étaient rencontrés pour examiner la possibilité de fonder sur les topos la base théorique

d'un droit fédéral (du type européen). Je ne crois pas que ces efforts aient vraiment abouti, mais l'idée est à reprendre.

[41] Voir là-dessus un exposé récent d'Elisabeth Bouscaren au Séminaire Bourbaki (mars 2000, exposé 870).

[42] Lors d'un voyage récent au Vietnam, j'ai pu constater de curieux phénomènes de mimétisme entre la Vierge Marie des catholiques (encore nombreux) et la Kannon des bouddhistes, quand il n'y avait pas aussi récupération par le régime communiste (dans une stèle votive installée à l'endroit du dernier raz-de-marée de Hué). Après tout, les mêmes sculpteurs travaillent pour les divers commanditaires. Incroyable floraison de sanctuaires neufs dédiés à Kannon !

[43] Ce n'est pas sans mal que j'ai appris le nom de son père, qu'il ne mentionnait jamais. Merci à mes amis russes, après la *perestroika*, de m'avoir aidé dans cette recherche.

[44] Les créateurs du système métrique insistaient sur le caractère *rationnel et naturel* de leur système. Il fallut du temps pour réaliser le degré de convention, d'où les efforts permanents d'asseoir notre S.I. (= système international d'unités) sur une base plus naturelle. Mais le "dix" du système décimal est lui-même bien conventionnel !

DÉCOUVRIR ET TRANSMETTRE : LA DIMENSION COLLECTIVE DES MATHÉMATIQUES DANS *RÉCOLTES ET SEMAILLES* D'ALEXANDRE GROTHENDIECK

ALAIN HERREMAN[1]

> "C'est à l'occasion de cette interrogation que je découvre ce fait évident, que j'avais fait mine d'ignorer ma vie durant : que la mathématique est une aventure collective, et que ma propre aventure mathématique ne prend son sens que par ses liens à cette aventure collective plus vaste dont elle fait partie." A. Grothendieck, *Récoltes et semailles*, p. 1234.

---

[1] Chercheur associé au CNRS, UMR 9675. L'auteur tient à remercier Colin McLarty et Sophie Roux pour leurs commentaires sur des versions préliminaires de cette étude.

INTRODUCTION

Présentation

En juin 1983, Alexandre Grothendieck écrit les premiers paragraphes de *Récoltes et semailles.* Il commence alors une réflexion sur son passé de mathématicien qui va durer plus de trois ans et couvrira plus de mille cinq cents pages dactylographiées. Il y relate dans un style imagé et vigoureux son parcours intellectuel, commente son œuvre, présente de nombreuses réflexions mathématiques et médite sur sa vie. Bien que l'intention de publier ce document soit constitutive de son projet, il n'a connu qu'une diffusion restreinte à partir d'un tirage provisoire d'une première version que Grothendieck a envoyée en 1985 à environ 150 personnes ; à des collègues mathématiciens, aux personnes impliquées dans son témoignage, à des amis... Ces exemplaires ont depuis circulé dans la communauté mathématique et au-delà[2].

Ce témoignage, à bien des égards exceptionnel, donne des mathématiques et de la communauté des mathématiciens entre les années 1950 et 1980 une image un peu différente de celle qu'offrent les rapports d'Académies, les souvenirs recueillis en l'honneur d'un mathématicien à l'âge avancé ou les notices nécrologiques. Ce sont là autant d'occasions qui incitent plus à la célébration et au portrait édifiant qu'à une réflexion sincère. *Récoltes et semailles* est à l'opposé de ces textes de circonstance : il est le fruit d'un travail de longue haleine, obstiné et quotidien, mené sans complaisance à l'égard de son auteur et des autres, et parcouru par un véritable souci d'honnêteté. Mais ses réflexions sur la création en mathématiques, et plus généralement sur son rapport aux mathématiques, l'ont néanmoins progressivement conduit à découvrir et à dénoncer la manière dont ses élèves ont après son départ pris en charge la diffusion de son œuvre, dont ils ont assumé la rédaction de ses séminaires et développé ses idées. Ce texte a dès lors vite acquis la réputation d'être un règlement de comptes dans "*le beau monde mathématique*", d'être une affaire scabreuse dans laquelle des mathématiciens parmi les plus prestigieux sont mis en cause par leur maître. La portée, la profondeur et la beauté de ce texte vont pourtant bien au-delà et Grothendieck avait répondu par avance à cette lecture réductrice :

> "Conjointement au désir de comprendre, à la curiosité donc qui anime et porte en avant tout vrai travail de découverte, c'est cette humble connaissance (maintes fois oubliée en chemin et refaisant surface malgré tout, là où on s'y attendait le moins. . .) qui a préservé mon témoignage de jamais virer (je crois) à la récrimination stérile sur l'ingratitude du monde, voire au "règlement de comptes" avec certains de ceux qui avaient été mes élèves

[2] Nous avons pour notre part travaillé à partir de l'exemplaire que J.P. Bourguignon, directeur de l'IHES, a bien voulu mettre à notre disposition. Nous tenons à l'en remercier vivement.

ou des amis (ou les deux)." p. L 233[3].

Laissant de côté cet aspect, nous voudrions aborder dans cet article la question de la dimension collective des mathématiques, en partant de ce témoignage. La première voie que nous suivrons consiste à dégager la représentation que Grothendieck propose lui-même de la communauté mathématique. Une seconde consiste à considérer sa conception du savoir et son rapport à celui-ci : ce qu'il est, comment il s'acquiert, comment il se transmet, ce qu'est une découverte... Afin de bien saisir son rapport à la dimension collective, nous analyserons le statut de l'intervention de l'écrit et de l'oral dans chacune de ces questions. Ce sont là des thèmes que Grothendieck aborde lui-même dans sa réflexion et nous pourrons ainsi citer de larges extraits de ce texte. Mais, indépendamment de ses déclarations et en quelque sorte à son insu, *Récoltes et semailles* permet aussi de surprendre un certain rapport au savoir, à l'écriture et à la lecture : car s'ils sont l'objet de sa réflexion, ils en sont aussi les vecteurs et se manifestent à travers elle. La dimension collective des mathématiques sera ainsi dégagée à partir d'analyses diverses et sur des sujets qui vont de la représentation de la communauté mathématique au rôle de l'acte de nommer dans toute découverte. Nous pourrons ainsi caractériser son rapport à la dimension collective des mathématiques et mettre en évidence sa cohérence et sa portée.

Avertissement

Cet article est consacré à l'analyse d'un texte. Son propos n'est pas d'interroger son rapport à la "réalité" qu'il décrit ou de cerner celle-ci. Nous n'avons pas cherché à vérifier, à confirmer ou à rectifier les faits qui occupent Grothendieck. Les mathématiciens évoqués ne sont pour nous que les *personnages* de son récit et toute assertion sur ce qu'ils ont dit, fait ou non, est reprise de celui-ci. Quand nous écrivons par exemple, sans guillemets, "c'est aussi de sa bouche que J-L. Verdier apprend les notions de constructibilité et la conjecture de stabilité", il est bien évident que nous ne savons pas ce que J-L. Verdier a ou non appris, ni comment il l'a appris. Il ne peut donc s'agir que d'une citation. La nature même de l'assertion indique suffisamment son origine sans qu'il soit utile d'ajouter des guillemets. Nous les mettrons, avec des italiques, dans le corps de notre texte quand nous voulons souligner que les termes employés sont bien ceux de Grothendieck.

Les phases de l'écriture de *Récoltes et semailles*

Récoltes et Semailles s'ouvre par une lettre datée du mois de mai 1985 dans laquelle Grothendieck précise sa situation :

[3] La pagination de *Récoltes et semailles* est parfois accompagnée d'une lettre, initiale du nom de la section. Nous avons conservé cette notation.

> “Comme tu le sais, j’ai quitté “le grand monde” mathématique en 1970, à la suite d’une histoire de fonds militaires dans mon institution d’attache (l’IHES). Après quelques années de militantisme antimilitariste et écologique, style “révolution culturelle”, dont tu as sans doute eu quelque écho ici et là, je disparais pratiquement de la circulation, perdu dans une université de province Dieu sait où. La rumeur dit que je passe mon temps à garder des moutons et à forer des puits. La vérité est qu’à part beaucoup d’autres occupations, j’allais bravement, comme tout le monde, faire mes cours à la Fac (c’était là mon peu original gagne-pain, et ça l’est encore aujourd’hui). Il m’arrivait même ici et là, pendant quelques jours, voire quelques semaines ou quelques mois, de refaire des maths à brin de zinc – j’ai des cartons pleins avec mes gribouillis, que je dois être le seul à pouvoir déchiffrer.” p. L 3.

Plus de dix ans après son départ, Grothendieck est ainsi saisi d’“*une frénésie mathématique*”. Elle a duré quelques mois, de janvier à juin 1981, au cours desquels il rédige sous forme de notes manuscrites “La longue marche à travers la théorie de Galois” qu’il ne publie pas[4]. Au mois de juillet de la même année, la candidature à un poste de professeur d’un mathématicien qui fait un peu figure d’élève, mais d’*après* 1970, est jugée irrecevable par le Comité Consultatif des Universités dans lequel siègent trois de ses élèves d’*avant* 1970. C’est pour lui “*un coup de poing en pleine gueule*” et il écrit à cette occasion un texte d’une trentaine de pages “Le Cerveau et le Mépris” qu’il renonce à faire publier. En 1983, il commence de nouvelles réflexions mathématiques avec cette fois l’intention de les publier sous le titre de *À la Poursuite des Champs*. Écrit comme un journal de bord, le style de ce texte diffère radicalement de ses exposés axiomatiques précédents. Quatre mois plus tard, en juin 1983, alors que le premier volume de ces réflexions est en cours d’achèvement, il écrit une introduction de quatre paragraphes dans laquelle il s’explique sur ce retour et réfléchit sur son passé de mathématicien. Au mois de janvier suivant, en 1984, il est amené à rédiger une “Esquisse d’un programme” pour une demande d’admission au CNRS. Il expose dans ce texte dactylographié de 57 pages quelques-unes des recherches qu’il a menées depuis son départ. Le mois suivant, février 1984, il revient à l’introduction de *À la Poursuite des Champs* : la rédaction de *Récoltes et Semailles* commence véritablement. Il rédige alors la première partie, intitulée “Fatuité et Renouvellement”, et décide d’en faire un volume à part entière qui servira d’introduction à des *Réflexions* qui ne sont dès lors plus seulement mathématiques. A la fin du mois de mars, il pense avoir terminé ce travail. Le texte comprend alors 50 sections affectées d’un numéro et d’un nom descriptif, représentant 140 pages dactylographiées, et une série de 50 notes numérotées rejetées à la fin du texte (30 pages) dont certaines sont des notes à ces notes insérées dans le corps

[4] “La longue marche à travers la théorie de Galois” a été publiée (en partie) en 1995 à l’Université de Montpellier II par Jean Malgoire à qui A. Grothendieck avait confié son manuscrit vers 1990.

du texte, elles-mêmes accompagnées de quelques notes en bas de page... Il rédige une introduction de onze pages et envoie par courtoisie quelques-unes des dernières sections à Zoghman Mebkhout qui sans être encore nommé est impliqué d'une manière qui pourrait lui être préjudiciable. A partir du 30 mars, et pendant le début du mois d'avril, il ajoute quelques notes à la dernière section intitulée "Le poids d'un passé" (n°50) et des notes à ces notes qui sont l'occasion d'une première confrontation, encore confuse, au sort qui a été fait à son œuvre mathématique et à lui-même. Ainsi s'achève le "*souffle*" de ce travail.

Mais sa réflexion est relancée quand il découvre le 19 avril 1984 le premier livre consacré aux motifs [Deligne & *al.* 1982], cette notion qu'il a lui-même introduite et qui, selon lui, avait été laissée à l'abandon depuis son départ. Cette lecture lui fait percevoir, cette fois clairement, un "*Enterrement*" de sa personne et de son œuvre. La suite de *Récoltes et semailles* va à partir de ce moment être consacrée à enquêter et à méditer sur cet "*Enterrement*". Commence alors le deuxième "*souffle*" et la deuxième partie de *Récoltes et semailles* intitulée "Enterrement (1) ou la robe de l'Empereur de Chine". Jusqu'à la fin du mois il rédige chaque jour de nouvelles notes, à partir de ce moment précisément datées, consacrées à cette découverte et à son interprétation. Il prend ainsi conscience de son attachement à une œuvre dont il pensait jusque là s'être totalement détaché. C'est aussi à cette occasion qu'il commence à étudier la relation privilégiée qu'il a entretenue avec l'un de ses élèves, Pierre Deligne, et qu'il analyse la forme sous laquelle ont été publiés ses Séminaires de Géométrie Algébrique (SGA). Les SGA 4 et 5 ont été tenus respectivement en 1964/65 et 1965/66, mais seul le SGA 4 a été, comme les trois précédents, publié sous la direction de Grothendieck. En revanche, le SGA 5, rédigé par deux de ses élèves, ne paraît qu'en 1977 en même temps qu'un volume intitulé SGA 4 1/2 dirigé par P. Deligne et qui n'est pas la transcription d'un séminaire oral. Grothendieck consacre de nombreuses pages à l'analyse de l'insertion de ce volume "4 1/2" entre les SGA 4 et 5. Le 30 avril il pense une nouvelle fois avoir terminé. Mais son enquête est à nouveau relancée par la réception deux jours plus tard d'une lettre dans laquelle Z. Mebkhout lui envoie une partie des Actes d'un colloque qui s'est tenu en 1981 à Luminy (Marseille) [Teissier & Verdier 1982]. Ce colloque qui consacre la notion de faisceaux pervers ainsi que le retour des catégories dérivées et triangulées lui apparaît comme une "*opération d'escroquerie*" à l'encontre de Z. Mebkhout. Il poursuit ainsi son enquête dans de nouvelles notes dans lesquelles il analyse sa relation à P. Deligne et à l'ensemble de ses élèves cohomologistes. Il est interrompu à la mi-juin par un incident de santé qui l'empêche pendant trois mois d'exercer une activité intellectuelle normale. Il envoie alors la partie "Fatuité et Renouvellement", l'"Introduction" et la table des matières à P. Deligne qui lui envoie en retour une bibliographie commentée sur les motifs et qui lui annonce son départ de l'IHES, prévu début octobre 1984, pour Princeton où il a été nommé professeur permanent.

A la fin du mois de septembre 1984, Grothendieck peut enfin se remettre à l'écriture de *Récoltes et semailles* qu'il se croit à nouveau sur le point de terminer... Commence alors le troisième "*souffle*" de sa réflexion et la troisième partie de *Récoltes et semailles* intitulée "L'Enterrement (2) ou la Clef du Yin et du Yang". Mais, pour ménager sa santé, il ne travaille plus que cinq à six heures par jour et il s'oblige à ne pas écrire la nuit, ce qui rend ses notes plus brèves et introduit plus de coupures entre elles. Guidé par la dialectique du Yin et du Yang, il médite sur sa relation à ses parents, à son ex-femme et à ses élèves et découvre que ces relations sont, comme toutes les relations entre individus, nourries par une "*violence sans cause*". En suivant la même dialectique, il analyse la diversité des styles mathématiques et découvre ainsi le caractère "*féminin*" de son œuvre.

Du 20 au 22 octobre 1984, il reçoit P. Deligne qui lui rend visite avant son départ pour Princeton. Il ne fait l'analyse de cette rencontre qu'au mois de février suivant en recensant les précisions et les rectifications dont il a eu ainsi connaissance ; il les commente et ajoute les siennes, mais aucun véritable échange n'a eu lieu.
A la suite de cette rétrospective, il se consacre à une mise en ordre des faits de l'"*Enterrement*" dans laquelle il distingue "*quatre opérations*" : les motifs, la cohomologie étale, la dualité-cristaux, les coefficients de De Rham – D-Modules (travaux de Z. Mebkhout). Prévu pour n'être d'abord qu'une note, ce travail va l'occuper jusqu'au 23 mars 1985 et devient le quatrième "*souffle*" de sa réflexion, soit la quatrième partie de *Récoltes et semailles* intitulée "L'Enterrement (3) ou Les Quatre opérations". Cette partie comprend entre autres le bilan de ses relations avec la maison d'édition Springer Verlag, chez laquelle ont paru tous les textes incriminés, et notamment la série des SGA[5]. L'enquête est aussi relancée et avec elle de nouvelles analyses : fin mars – début avril, parallèlement à une réflexion mathématique sur les motifs, il passe en revue les "*chantiers*" mathématiques qui lui semblent avoir été délaissés et qui devraient être développés : topos, langage cohomologique, six opérations et bidualité, problème des coefficients, motifs, conjectures standard. Pour conclure, il fait le bilan de ce que sa méditation-enquête sur l'"*Enterrement*" lui a appris sur les autres et sur lui-même. Concernant autrui, il retient une dégradation des mœurs et des esprits, une perte du sens du respect dans le monde mathématique des années 70 et 80. Sur lui-même, il retient son attachement à son passé, dans lequel il perçoit de la fatuité, et une identification à une communauté qui lui a évité d'assumer une existence particulière et unique. Il a aussi découvert la division qu'entraîne en lui le fait de se livrer à la fois à la méditation et à des réflexions mathématiques alors que l'une est une activité solitaire et l'autre une aventure collective.
Si ces notes du début du mois d'avril 1985 sont à la fin de *Récoltes et semailles*, ce ne sont pas pour autant les dernières... Durant les mois d'avril et de mai, il reçoit en effet plusieurs visites de Z. Mebkhout et entretient avec lui de nombreux échanges par lettres

[5] A l'exception du deuxième publié par North-Holland Publishing Company et Masson.

et par téléphone qui relancent une nouvelle phase d'enquête et son analyse des "Quatre opérations". A cette occasion, il découvre la thèse de son élève N. Saavedra [Saavedra 1972]. Son émotion n'est pas moins forte que celle suscitée un an auparavant par le livre consacré aux motifs. Il prend aussi connaissance d'un article de R.P. Langlands sur les motifs publié en 1979. Il regarde la thèse d'un autre élève, J-P. Jouanolou, et dénonce la manière dont il y est fait référence à sa personne et à son œuvre. Z. Mebkhout lui relate la réception du théorème de dualité qu'il a démontré dans sa thèse. Cela l'amène a dénoncer le rôle du mathématicien japonais M. Kashiwara qui avait découvert le même résultat, mais il reviendra ensuite sur ces accusations et lui présentera ses excuses.
C'est au cours de cette dernière phase de son enquête qu'il découvre l'importance de sa relation avec J-P. Serre qui a été la principale source d'inspiration de ses recherches mathématiques. Mais il prend progressivement conscience du rôle qu'il a aussi joué dans son "*Enterrement*" et finit, à la suite d'une conversation téléphonique avec lui, par lui attribuer une part de responsabilité : tout cela n'aurait pu avoir lieu sans son acquiescement secret et s'il ne s'était tenu dans l'ignorance. Le réexamen de cette relation est, pour lui, sa principale découverte dans cette dernière partie.
D'abord prévue pour n'être qu'une note, puis quelques notes qui devaient être écrites en quelques jours, cette mise en ordre aura finalement duré quatre mois et couvre près de quatre cents pages. La rédaction continue qui avait été respectée dans les parties précédentes a été ici rompue par l'introduction de compléments ajoutés plusieurs mois plus tard. Durant le mois de mai, il commence parallèlement à écrire en guise d'avant-propos une lettre d'une quarantaine de pages dans laquelle il présente à son correspondant le propos de *Récoltes et semailles*. Il reprend et termine cette lettre à la fin du mois de juin 1985 après avoir achevé la quatrième partie.

Récoltes et semailles comprend encore une cinquième partie... Prévue depuis mars 1985, elle doit comporter les notes que Grothendieck prend en lisant l'autobiographie de C.G. Jung et dans lesquelles il fait un parallèle entre sa relation avec P. Deligne et celle de C.G. Jung à S. Freud ("Jung – ou l'enlisement d'une aventure").
Une sixième partie est aussi annoncée dans l'"Epilogue en Post-scriptum", écrit en février 1986, dans laquelle il doit rendre compte des réactions de ceux à qui il a envoyé le tirage provisoire de *Récoltes et semailles*. Cette sixième partie n'était pas mentionnée dans le texte du tirage provisoire qui n'en prévoyait que cinq.
A notre connaissance, ces deux dernières parties n'ont pas été diffusées et nous n'en n'avons pas eu connaissance.

1. LA REPRÉSENTATION DE LA COMMUNAUTÉ MATHÉMATIQUE

Récoltes et semailles est riche d'informations sur la communauté mathématique dans laquelle Grothendieck évoluait avant 1970.
Il y distingue les mathématiciens qu'il "*rencontre régulièrement*". Ils sont au nombre d'une vingtaine et constituent son "*milieu*" :

> "Il me faudrait préciser tout de suite qu'il s'agit d'un milieu très restreint, la partie centrale de mon microcosme mathématique, limitée à mon "environnement" immédiat, – les quelques vingt collègues et amis que je rencontrais régulièrement, et auxquels j'étais le plus fortement lié. Les passant en revue, j'ai été frappé par le fait que plus de la moitié de ces collègues étaient des membres actifs de Bourbaki. Il est clair que le noyau et l'âme de ce microcosme était Bourbaki – c'était à peu de choses près, Bourbaki et les mathématiciens les plus proches de Bourbaki. Dans les années 60 je ne faisais plus partie moi-même du groupe, mais ma relation à certains des membres restait aussi étroite que jamais, notamment avec Dieudonné, Serre, Tate, Lang, Cartier. Je continuais d'ailleurs à être un habitué du Séminaire Bourbaki ou plutôt, je le suis devenu à ce moment, et c'est à cette époque que j'y ai fait la plupart de mes exposés (sur la théorie des schémas)."
> p. P. 49.

Parmi ces mathématiciens il y a ses "*aînés*", c'est-à-dire ceux qui l'ont accueilli à ses débuts quand il arrive à Paris à la fin des années 1940 (il a alors une vingtaine d'années) : H. Cartan, J. Dieudonné, C. Chevalley, A. Weil, L. Schwartz, J. Leray, R. Godement. Tous, à l'exception de J. Leray, sont membres du groupe Bourbaki ; H. Cartan, J. Dieudonné, C. Chevalley et A. Weil en sont même les membres fondateurs. Ils l'ont initié au "*métier de mathématicien*" et restent pour lui la référence en la matière, en particulier pour tout ce qui relève de l'éthique du métier : "*Il me semble pouvoir dire, sans réserve aucune, que je n'ai pas rencontré en 1948-49, dans le cercle de mathématiciens dont j'ai parlé précédemment (dont le centre pour moi était le groupe Bourbaki initial), la moindre trace de mépris, ou simplement de dédain, de condescendance, vis-à-vis de moi-même ou d'aucun autre des jeunes gens, français ou étrangers, venus là pour apprendre le métier de mathématicien*".
Il fait ses premiers travaux en analyse fonctionnelle sous la direction de L. Schwartz et de J. Dieudonné, alors tous les deux à Nancy. C'est aussi à Nancy qu'il fait la rencontre de J-P. Serre, qui a entre-temps intégré Bourbaki, avec lequel il peut s'entretenir d'autres sujets auxquels il va rapidement se consacrer : "*C'est en 1952 je crois, quand Serre est venu à Nancy (où je suis resté jusqu'en 1953), qu'il a commencé à devenir pour moi un interlocuteur privilégié – et pendant des années, il a été mon seul interlocuteur pour les thèmes se plaçant en dehors de l'analyse fonctionnelle.*" Dans la seconde moitié des années cinquante, il sera le seul interlocuteur avec lequel il pourra s'entretenir de ses travaux en cohomologie. Au-delà de ces années d'initiation, il conservera une relation étroite avec ses

aînés, notamment avec J. Dieudonné, avec lequel il rédige de 1960 à 1967 les huit volumes des *Éléments de Géométrie Algébrique* (*EGA*).

Le groupe des collègues auxquels il était "*fortement lié*" comprend aussi ses "*élèves cohomologistes*". Ce sont de jeunes mathématiciens dont il dirige les recherches à partir des années 1960 et jusqu'à son départ[6]. Il en dresse lui-même la liste : Pierre Deligne, Jean-Louis Verdier, Pierre Berthelot, Luc Illusie et Jean-Pierre Jouanolou. C'est "*à leur intention avant tous autres*" qu'il tient ses séminaires de géométrie algébrique devant un auditoire au début très réduit : "*A vrai dire, les deux premiers séminaires (entre 1960 et 1962) se sont poursuivis dans un local de fortune à Paris (à l'Institut Thiers), devant un auditoire qui ne devait guère dépasser une dizaine de personnes, et devant lesquels je faisais rigoureusement "cavalier seul".*" C'est parmi eux que se trouvent les mathématiciens "*dans le coup*", c'est-à-dire ceux qui connaissent ses travaux et notamment son nouveau formalisme cohomologique. C'est aussi, en partie, avec eux qu'il rédige les premiers volumes, et c'est à eux qu'il laisse après son départ la responsabilité de rédiger ceux qui ne l'ont pas encore été.
Il donne une description précise de la relation privilégiée qu'il entretenait avec P. Deligne, avec lequel il peut avoir des échanges de la qualité de ceux qu'il avait avec L. Schwartz, J-P. Serre ou P. Cartier :

> "Son écoute [P. Deligne] était parfaite, mue par cette soif de comprendre qui l'animait comme moi – une écoute hautement éveillée, signe d'une communion. Ses commentaires toujours allaient au devant de mes propres intuitions ou réserves, quand ils ne jetaient pas quelque lumière inattendue sur la réalité que je m'efforçais de cerner à travers les brumes qui l'entouraient encore. Comme je l'ai dit ailleurs, bien souvent il avait réponse aux questions que je soulevais, sur le champ souvent, ou il la développait dans les jours ou les semaines qui suivaient. C'est dire que l'écoute était partagée, quand il m'expliquait à son tour les réponses qu'il avait trouvées, c'est-à-dire tout simplement la raison des choses, qui apparaissait toujours avec ce naturel parfait, avec cette même aisance qui m'avaient souvent enchanté chez certains de mes aînés comme Schwartz et Serre (et également, chez Cartier). C'est cette même simplicité, cette même "évidence" que j'avais toujours poursuivies dans la compréhension des choses mathématiques. Sans avoir à le dire, il était clair que par cette approche et par cette exigence, nous étions lui et moi "d'une même famille"." p. 223.

Il ne dresse pas la liste exacte de cette vingtaine de mathématiciens qui constituent son "*milieu*". Certainement a-t-elle un peu varié et le nombre de ceux qui ont contribué à la rédaction des *SGA* dépasse à lui seul les vingt... Mais il n'importe pas tant d'avoir

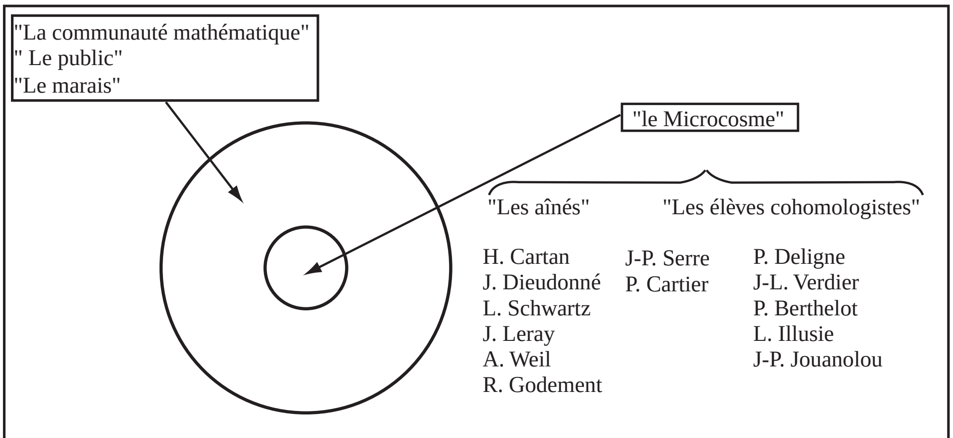
[6] Après son départ, Grothendieck continuera de diriger des thèses à l'université de Montpellier.

cette liste que de remarquer que Grothendieck se représente son milieu comme un "*microcosme*" auquel il s'"*identifiait*", composé de ses "*aînés*", de ses "*élèves cohomologistes*" et de quelques autres mathématiciens.

Au-delà de ce "*microcosme*", c'est "*la communauté mathématique*" : une ""*communauté mathématique" sans frontières dans l'espace ni dans le temps*". Elle est associée à un "*esprit de service*" : c'est pour elle et dans cet esprit qu'il rédige les *EGA* et les *SGA*, des ouvrages de référence utiles pour "*cette "communauté" idéale d'esprits avides de connaître*". Elle est composée des "*usagers*" de ses livres, elle est aussi pour lui un "*public*", une "*contrée sans nom et sans contours*", un "*marais*" :

> "En y pensant maintenant, je suis frappé par ce fait qu'il y avait dans ce monde une partie que je côtoyais pourtant régulièrement, et qui échappait à mon attention comme si elle n'avait pas existé. Je devais la percevoir en ce temps comme une sorte de "marais" sans fonction bien définie dans mon esprit, pas même celle de "caisse de résonance" je suppose – comme une sorte de masse grise, anonyme, de ceux qui dans les séminaires et les colloques s'asseyaient invariablement aux derniers rangs" p. P. 37.

Sa représentation de l'ensemble de la communauté mathématique se divise en deux groupes et on peut la schématiser par la figure suivante :



Représentation de l'ensemble de la communauté mathématique

Il nous faut maintenant préciser ce que recouvrent chacun de ses groupes. Nous commencerons pas son "*microcosme*".

2. UN SAVOIR ACQUIS ORALEMENT : “ÉCOUTER (OU LIRE...)”

> “Je n'ai d'ailleurs jamais aimé lire des textes mathématiques, même ceux de toute beauté. Ma façon spontanée de comprendre des maths a toujours été de les faire, ou de les refaire (en m'aidant au besoin, ici et là, d'idées et d'indications fournies par des collègues, ou à défaut de mieux, par des livres...).” *Récoltes et semailles*, p. 442.

“Écouter”

Au cours de *Récoltes et semailles* Grothendieck découvre progressivement le rôle déterminant que ces “*interlocuteurs privilégiés*” ont joué dans sa formation et dans l'orientation de ses recherches. Il doit bien sûr à J. Dieudonné et L. Schwartz le sujet de ses premiers travaux en analyse fonctionnelle, mais il prend surtout conscience que ce qu'il a ensuite appris en géométrie algébrique, en géométrie analytique, en topologie et en arithmétique, il le doit aussi à l'un des interlocuteurs de son “*microcosme*” : J-P. Serre. Celui-ci l'initie par exemple aux résolutions injectives et projectives, lui explique les foncteurs dérivés et satellites avant que cela ne soit publié pour la première fois [Cartan et Eilenberg 1956]. De même, son intérêt pour la cohomologie des faisceaux en géométrie analytique trouve sa source dans les “théorèmes A et B” établis par J-P. Serre et H. Cartan dont J-P. Serre lui a expliqué de vive voix le sens et la portée. Le travail de ce dernier sur les faisceaux algébriques cohérents ([Serre 1955]) l'amène à la géométrie algébrique et c'est encore Serre qui lui fait découvrir plus tard les vertus de la résolution des singularités à la Hironaka. Serre ne l'initie pas seulement aux derniers développements, il lui soumet aussi les problèmes qui vont être à l'origine des “*grands chantiers*” et pour lesquels Grothendieck va développer ces vastes théories caractéristiques de son style. Au premier rang de ces problèmes : les conjectures de Weil. Il leur a consacré trois années et crée pour les résoudre la théorie des topos et la cohomologie étale exposées au cours de ses Séminaires de Géométrie Algébrique des années 1963/64 et 1965/66 (SGA 4 et 5) ; deux séminaires dont il souligne l'unité et qu'il tient pour sa contribution achevée la plus profonde et la plus novatrice. Ces conjectures, c'est encore J-P. Serre qui les lui fait connaître en 1955, six ans après leur publication [Weil 1949], et surtout, qui les lui expose en termes cohomologiques, sous une forme différente de celle de l'article de A. Weil, mais susceptible elle de l'“*accrocher*”. La théorie des motifs, restée inachevée à son départ, trouve elle aussi son origine dans un travail de J-P. Serre sur les analogues kählériens des conjectures de Weil.

Il apparaît d'après ces exemples, et l'ensemble de *Récoltes et semailles* le confirme, que les connaissances reçues et l'orientation des recherches de Grothendieck procèdent de *communications orales* qui ont lieu à l'intérieur de son “*microcosme*”. La citation suivante précise les avantages incomparables que présente un échange oral, particulièrement avec J-P. Serre, sur la lecture d'un article :

> "Il ne s'agissait pas là, bien sûr, de signaler l'énoncé précis de la question un point c'est tout. La chose essentielle, c'était que Serre à chaque fois sentait fortement la riche substance derrière un énoncé qui, de but en blanc, ne m'aurait sans doute fait ni chaud ni froid – et qu'il arrivait à "faire passer" cette perception d'une substance mystérieuse – cette perception qui est en même temps désir de connaître cette substance, d'y pénétrer. C'est peut-être là le moment le plus crucial de tous dans un travail de découverte, le moment où "ça fait tilt", alors qu'on n'a pourtant aucune idée encore si vague soit-elle par où prendre l'inconnue, par où y entrer. C'est là véritablement le moment de la "conception" – le moment à partir duquel un travail de gestation peut se faire, et se fait si les circonstances sont propices...", p. 557.

Quand il est à son tour en position d'enseigner, il communique ses découvertes à ses élèves sur le même mode. C'est au cours des séminaires qu'il donne à partir de 1962 et jusqu'en 1969 que ses auditeurs, et ses élèves en particulier, prennent connaissance de ses travaux en géométrie algébrique. C'est là qu'ils découvrent les nouveaux développements qu'il apporte à la théorie des schémas, aux techniques cohomologiques et au formalisme de dualité. C'est en assistant au SGA 5, qui ne sera publiée que douze ans plus tard, qu'ils apprennent par exemple la formule de Nielsen-Wecken et sa transposition en cohomologie étale, sans qu'ils aient à lire les articles en allemand correspondants publiés vingt ans plus tôt. C'est aussi de sa bouche que J-L. Verdier apprend les notions de constructibilité et la conjecture de stabilité dont il avait "*parlé à qui voulait l'entendre*". Il en est de même du formalisme des "six opérations" qui, avec trois paires de foncteurs adjoints, présente les propriétés essentielles des théories cohomologiques. A propos de ce formalisme qui constitue "*véritablement le "nerf" dans l'idée force des "types de coefficients", dont le yoga des motifs est l'âme...*" il déclare : "*L'essentiel que j'avais à dire n'a pas passé dans les pages écrites, mais de bouche à oreille seulement – quand ça voulait bien passer !* ". Sa "*vision des motifs*" n'a elle aussi été exposée qu'oralement et il lui semble que seul P. Deligne a été en mesure d'en avoir une connaissance intime et d'en sentir toute la portée.

Une fois reconnue, cette oralité peut être corrélée à plusieurs particularités de la représentation que Grothendieck a de la communauté mathématique. La distinction d'un "*microcosme*" apparaît conforme à ce mode de communication et d'information qui ne permet pas d'atteindre un vaste public. Elle implique aussi une unité de lieu qui rend compte de l'interprétation géographique que suggère sa représentation : un centre, Paris, et le reste du monde... Elle implique enfin une contemporanéité des interlocuteurs marquée dans cette représentation par l'absence de figures historiques, aussi bien à l'intérieur du "*microcosme*" qu'à l'extérieur de celui-ci[7].

Ce mode d'échange confère aussi un rôle privilégié aux interlocuteurs auxquels il s'en remet "*pour se mettre au courant de ce qui peut* [l']*intéresser ou dont* [il] *croi*[t] *avoir besoin*". Cela vu, on comprend que quitter Paris puisse être une véritable rupture. Car si ce départ qui le ramène finalement à l'université de Montpellier peut d'abord sembler bien relatif, il n'en est plus de même si l'on prend en compte l'oralité des échanges et la fonction du "*microcosme*" dans l'acquisition de ses connaissances, l'orientation de ses recherches et leur transmission. Il n'en continue pas moins d'ailleurs, après comme avant, à privilégier la communication orale pour les relations les plus intenses. Ainsi il a, jusqu'en 1981, des échanges mathématiques avec P. Deligne et il se fait expliquer oralement les derniers développements mathématiques dans les domaines qui l'intéressent. Le théorème sur la correspondance de Riemann-Hilbert que Z. Mebkhout a développé dans sa thèse et qui est un des éléments au cœur de son enquête en est un exemple : il en prendra véritablement connaissance quand Z. Mebkhout viendra le lui expliquer de vive voix entre 1984 et 1985. Disposant d'un exemplaire de cette thèse depuis 1979, il aura fallu ces rencontres pour qu'il perçoive tout l'intérêt de ce théorème et du point de vue dans lequel il s'inscrit...

"(ou lire...)"

Ce n'est donc pas par la lecture des articles ou des livres de A. Weil, de H. Cartan, de J-P. Serre ou d'Hironaka que Grothendieck prend connaissance des techniques nouvelles et des problèmes auxquels il se consacre. En fait, le privilège accordé à l'oralité s'accompagne d'une dévalorisation non moins remarquable de la lecture. Un passage précédemment cité faisait déjà apparaître que J-P. Serre lui révélait le sens d'énoncés qui, s'il les avait lus, ne lui auraient fait "*ni chaud ni froid*". Le passage suivant est encore plus clair :

> "Une des raisons, sans doute, pour le rôle particulier joué par Serre, c'est mon peu de goût à m'informer de l'actualité mathématique en lisant, ni même pour apprendre l'ABC de telle théorie "bien connue" en lisant dans les livres ou mémoires qui en traitent. Dans la mesure du possible, j'aime à m'informer par la parole vivante des gens qui sont "dans le coup". J'ai eu la chance, depuis mes premiers contacts avec un milieu mathématique (en 1948) et jusqu'à mon départ en 1970, de ne jamais manquer d'interlocuteur compétent et bien disposé, pour me mettre au courant des choses qui pouvaient m'intéresser." p. 557.

[7] L'influence d'E. Galois procède plus d'une identification à la vie de ce mathématicien qu'à la reconnaissance d'un héritage. Il n'est pas étonnant, comme on le verra, que Grothendieck adopte pour modèle le mathématicien qui s'est "retiré" jeune de la scène mathématique et dont l'ampleur de l'œuvre s'apprécie plus par une "*vision*" des mathématiques que par le volume de son œuvre écrite...

Au-delà de ces déclarations explicites, d'autres manifestations, au statut varié, permettent de confirmer et de préciser le rapport de Grothendieck à la lecture.
Ainsi, pour connaître les développements apportés à son œuvre depuis son départ, il a besoin de consulter les livres, les actes de colloques et les articles qui ont été publiés, et il rend compte au fur et à mesure de ses lectures et des découvertes qu'il y fait. Le verbe qu'il emploie est rarement "lire"... mais le plus souvent "parcourir" : il "*parcourt*" les quelques tirages à part que certains élèves ont continué de lui envoyer après 1970, il "*parcourt*" leur thèse, il "*feuillette*" le livre *Etale Cohomology* de J.S. Milne, comme il a "*parcouru*" les œuvres complètes de Riemann... L'emploi systématique de ce verbe est déjà une bonne indication de son rapport à la lecture, mais il convient de le préciser.

Les premiers textes qu'il consulte sont ceux que ses propres élèves ont publiés après son départ. S'il a évidemment une idée précise de leurs recherches, celle-ci n'apparaît pas fondée sur une connaissance de leurs publications. Il ne se souvient pas par exemple d'avoir eu entre les mains un exemplaire de la thèse de J-P. Jouanolou, soutenue en 1969 et ce n'est qu'au cours de la rédaction de *Récoltes et semailles* qu'il tient entre les mains le livre de N. Saavedra Rivano. Malgré tout l'intérêt qu'il a porté aux conjectures de Weil, c'est à la même occasion et pour les mêmes raisons qu'il parcourt pour la première fois l'exposé du Séminaire Bourbaki où J-P. Serre présente la démonstration que P. Deligne en a donnée en 1974. Quant à l'article de P. Deligne, il ne l'a pas eu entre les mains. Il prend d'ailleurs connaissance des publications de P. Deligne à partir de la liste bibliographique que celui-ci lui envoie... fin juin 1984. Il en est de même des travaux de J-L. Verdier : il découvre à l'occasion de *Récoltes et semailles* l'article "Classe d'homologie associée à un cycle" paru en 1976 ([Verdier 1976]) et apprend que son travail sur les catégories dérivées a été publié en 1977.

Tous les textes cités ont été publiés après 1970, ou peu avant. L'ignorance de Grothendieck pourrait être due à son départ. Pour cerner les causes profondes de son "*Enterrement*", il est amené à s'interroger sur la part imputable à ce départ. Il cherche donc des indices d'un "*Enterrement*" antérieurs à 1970 et il parcourt pour cela les articles de ses élèves publiés *avant* cette date. C'est ainsi, seize ans après sa publication, qu'il regarde pour la première fois le premier article de P. Deligne ([Deligne 1968]) car bien entendu c'est par les échanges oraux fréquents et intenses qu'ils avaient alors ensemble qu'il connaissait la "*substance*" de ses travaux.
Le récit qu'il fait d'autres lectures suggère que ce rapport n'est pas propre aux textes mathématiques : bien que fortement impressionné par un livre de Krishnamurti, il n'en lira que quelques chapitres et cela lui suffit pour qu'il considère avoir assimilé sa pensée.

Il apparaît ainsi une distinction bien marquée entre ses connaissances mathématiques et les textes publiés. Cette distinction ne s'applique pas seulement aux publications des

autres. Elle est tout autant valable pour son œuvre qu'il n'assimile pas à ce qui en a été publié. Le fait suivant l'illustre bien. On se souvient que *Récoltes et semailles* est à l'origine une introduction à *À la poursuite des champs* dans laquelle Grothendieck veut expliquer son retour aux mathématiques. Il découvre à cette occasion que son retour est dû à son attachement à l'œuvre abandonnée. Alors qu'il croyait s'en être définitivement détaché depuis son départ, il sent "*le poids d'un passé* ". Il comprend du même coup que sa réflexion sera plus longue que prévu et décide que *Récoltes et semailles* sera un volume à part entière. Or, ce "*poids*" dont la découverte a ainsi été un tournant dans sa réflexion n'est pas celui de son œuvre écrite, qui pourtant n'en manque pas..., mais celui de l'œuvre qu'il a "*rêvée*", du "*vaste programme*" qu'il avait en tête et qu'il ne retrouve ou ne reconnaît dans aucune des publications de ses élèves : de l'œuvre publiée et de celle qu'il avait en tête, c'est à cette dernière qu'il est attaché, c'est elle qui pèse sur lui et qui motive son retour.
Le peu d'intérêt qu'il a montré depuis son départ pour la publication de ses séminaires montre aussi son détachement par rapport à ses écrits. S'il se souvient bien avoir "*feuilleté* " l'exemplaire du SGA 5 qui lui avait été envoyé lors de sa publication en 1977, il faut attendre mai 1984, et la rédaction de *Récoltes et semailles*, pour qu'il regarde d'un peu plus près ce volume. Ses publications, comme celles des autres, ne sont que tardivement feuilletées.

Quinze ans après son départ, le retour qu'il fait sur son passé amène Grothendieck à découvrir par leur versant écrit son œuvre et celle de ses élèves. La vision qu'il a de ses idées et la représentation qu'il se fait de leur relation à un plus vaste ensemble de connaissances acquises et transmises oralement se trouvent dès lors confrontées à la présentation qu'en donnent les publications. Il parcourt aussi à cette occasion des publications écrites par des auteurs extérieurs à son "*microcosme*". Il ne s'agit plus cette fois de transcriptions d'idées qu'il connaîtrait déjà et, n'étant lui-même plus "*dans le coup*", il ne peut les déduire ou les imaginer à partir de sa connaissance du sujet : il est dans la situation de celui pour qui la lecture est le moyen d'accéder au savoir que ces textes transmettent ou élaborent. Dans *Récoltes et semailles*, Grothendieck nous offre plusieurs récits circonstanciés de ces lectures.
Il relate par exemple sa lecture d'un article de MacPherson [MacPherson 1974]. Il y cherche la conjecture de Riemann-Roch qu'il avait énoncée lui-même en 1966. Singulièrement, il ne la trouve pas immédiatement dans cet article qui ne fait pourtant que neuf pages... L'absence de l'appellation "Riemann-Roch" en serait la cause. Sa tentative de retrouver la formule des points fixes en dimension 1 dans le SGA 5 aboutit à peu près au même résultat : au terme de sa recherche il s'avoue "*incapable de* [s']*assurer avec une absolue certitude si cette formule s'y trouve*" et ajoute que "*vu l'état de confusion délibérée du texte, et* [s]*on éloignement du sujet, il* [lui] *faudrait des heures voire des jours de travail pour* [s']*y retrouver*".

Le récit de sa recherche du théorème de Riemann-Hilbert est plus précis encore. Z. Mebkhout a démontré dans sa thèse ce théorème qui établit une équivalence entre deux catégories. Ce théorème occupe une place centrale dans son enquête puisque le fait que Z. Mebkhout ait dû travailler seul en n'ayant accès qu'à ses travaux publiés est pour lui la preuve que les grands chantiers qu'il avait laissés ont été abandonnés et que ceux qui s'y attellent ne sont pas aidés par les quelques dépositaires d'un savoir oral qui attend d'être publié. De plus, la découverte qu'un colloque a été organisé autour de ce théorème sans que ne soit mentionné le nom de celui qui l'a démontré et qui, surtout, a su l'imaginer, est pour lui la preuve d'une "*dégradation des mœurs*" de l'ensemble de la communauté mathématique. Les conditions de découverte et de réception de ce théorème sont donc pour lui l'illustration d'une opposition à l'encontre de son propre style et d'une transformation de l'éthique de la communauté depuis son départ. Voici maintenant le passage dans lequel il relate sa recherche de ce théorème et de sa démonstration dans la thèse de Z. Mebkhout :

> "(9 mai) Il serait temps d'ailleurs que je donne finalement une référence pour ce fameux théorème de Riemann-Hilbert (. . .), et pour lequel personne apparemment n'a songé encore à se poser la question où il est démontré. Ayant cru comprendre par mon ami Zoghman que le "mémorable théorème" se trouvait dans sa thèse, je l'ai bel et bien trouvé dans la table des matières de celle-ci, sous le nom (certes terre-à-terre et digne d'un goujat) "Une équivalence de catégories", Chap. III, par. 3, p. 75. Pour comble de malheur, il n'a pas même droit au nom de "théorème" mais s'appelle "Proposition 3.3" et ce qui est pire, mon nom figure, et en souligné encore, sur la même page). J'avoue même, faute d'avoir lu les 75 pages précédentes pour m'y reconnaître, que je n'étais pas entièrement sûr si c'était ça – Zoghman m'a confirmé que oui et je lui fais confiance." p. 316.

Le début de cette citation montre que ce n'est pas la volonté de prendre connaissance de l'énoncé ou de sa démonstration qui motive sa recherche. Son propos n'est pas de trouver un énoncé exact dans un texte qui ferait autorité ou d'en mieux comprendre le sens, mais de déterminer *où* il a été démontré : il cherche une *référence* à donner au lecteur. Il n'est pas non plus question de lire la démonstration pour s'assurer par exemple de sa validité ou pour mieux la comprendre. Ce n'est pas pour lui-même, pour sa propre compréhension, qu'il se reporte à l'énoncé imprimé. Il le connaît déjà ; Z. Mebkhout le lui a expliqué lui-même. Au contraire, il le recherche parce qu'il le connaît et qu'il en comprend l'intérêt et l'importance. Cette antériorité de la connaissance sur la lecture est d'autant plus manifeste ici qu'au terme de ce parcours il n'est pas certain d'avoir repéré le bon énoncé. On retrouve la difficulté d'identifier dans un texte donné l'énoncé d'un théorème pourtant connu. La difficulté n'est d'ailleurs pas seulement de repérer un énoncé donné dans un vaste texte car même devant l'énoncé, il n'est toujours pas certain que ce soit le bon. Non seulement ce passage confirme qu'il n'a pas lu cette thèse, mais il montre qu'il n'est pas prêt non plus à lire les soixante-quinze pages qui lui permettraient de s'assurer par lui-même que l'énoncé imprimé est bien celui qu'il cherche : il préfère demander une confirmation auprès de l'auteur. Cette description montre en quel sens les textes ne sont pas pour lui une source de savoir. En dépit de la référence précise qu'il donne, le lecteur – et l'historien en particulier – qui s'y reporterait lirait un texte que Grothendieck n'a, pour sa part, semble-t-il pas lu...

Grothendieck fait aussi le récit de sa recherche de ce théorème dans les actes du colloque incriminé. Il s'agit pour lui cette fois de déterminer de quelle manière il y est fait référence. Voici *in extenso* ce récit :

> "Je m'empresse de regarder, quel est donc cet "énoncé essentiel" que les auteurs n'ont pas trouvé le loisir d'inclure dans leur travail, ou du moins, pas la démonstration. Cherchons le n°4.1.9... je tombe sur une "Remarque 4.1.9" ça ne doit pas être ça, je cherche un "énoncé essentiel", un théorème en forme ou scholie, avec une référence *où* les auteurs l'on démontré ou vont le démontrer, puisqu'ils ne le prouvent pas *ici*... Mais j'ai beau chercher, il n'y a trace d'un "théorème 4.1.9" – il n'y a qu'un seul passage qui réponde au numéro 4.1.9. Je me mets donc à lire la "remarque" à tout hasard (sans conviction) – il doit y avoir erreur de numérotation..., je lis que "l'analogue de 4.1.1 en cohomologie complexe est vrai...", malheur, me faudra-t-il remonter à 4.1.1 pour essayer de voir de quoi il s'agit ? Je passe outre et parcours le texte qui suit – et voilà, je n'y croyais plus, onze lignes plus loin, une phrase qui commence par "On sait que..." et qui finit par "induit une équivalence de la catégorie... avec celle des faisceaux pervers".
>
> Ouf – c'était donc bien ça, finalement ! Mais j'ai beau chercher encore plus loin, pas la moindre allusion pour préciser ce sibyllin "On sait que...". Le lecteur qui ne le "savait" pas déjà doit se sentir tout idiot, pas à la hauteur du tout de la situation." p. 291-2.

Voilà l'illustration vivante de l'expression "parcourir un article" ! Le texte est regardé comme le plan d'une vaste ville inconnue que l'œil parcourt à la recherche de noms de rues familiers : Riemann, Hilbert, Grothendieck, Mebkhout... Le regard suit les numéros des propositions, se repère au nombre de lignes afin de localiser la proposition cherchée et surtout la démonstration à laquelle le lecteur veut se rendre. Dans la citation précédente on avait déjà vu Grothendieck s'aider de la table des matières et il est souvent question des index, particulièrement précieux pour s'orienter dans un texte...

Au cours de cette recherche, il n'essaye pas de donner un sens aux remarques et aux propositions qu'il rencontre sur son chemin : ce n'est que quand il a épuisé les renvois, qu'il revient en arrière et, arrivé à sa destination, qu'il se met "*à lire la "remarque" à tout hasard (sans conviction)*".

Ce parcours est fondé sur le même principe qui motivait et guidait sa recherche dans la thèse de Z. Mebkhout : une démonstration ou à défaut une référence doit être donnée. Z. Mebkhout devait pouvoir lui indiquer où la trouver, il devait aussi pouvoir la trouver à partir de l'index de la thèse ou y remonter à partir de n'importe quel énoncé qui y ferait référence. Si lui-même la cherche c'est qu'il doit lui aussi, suivant le même principe, donner au lecteur de *Récoltes et semailles* une référence ("*il serait temps d'ailleurs que je donne finalement une référence pour ce fameux théorème de Riemann-Hilbert*"). Inversement, son parcours des actes est fondé sur l'obligation des auteurs à donner une référence : puisque ce théorème intervient, il doit y avoir quelque part la référence au texte qui en donne la démonstration. C'est la règle du genre. En parcourant ce recueil, il doit donc trouver le nom de Z. Mebkhout ou d'un autre. Mais cette fois sa recherche se perd dans un "on sait que..." qui ne renvoie à aucun texte précis.

D'autres récits suggèrent que ce rapport à la lecture remonterait à son enfance et qu'il est déjà établi quand il fait sa première découverte mathématique à l'âge de onze ans. Il s'adonne alors aux jeux de tracés au compas et la comparaison de la circonférence au périmètre d'un polygone inscrit le persuade que la longueur de la circonférence est égale à six fois celle du rayon... Quand plus tard, élève au lycée, il constate que la relation donnée dans son livre de classe ($L = 2\pi R$ avec $\pi = 3,14\ldots$) est différente et plus compliquée il ne remet pas en cause son résultat, il est au contraire persuadé que le livre se trompe et que les auteurs n'ont simplement jamais dû faire son tracé qui montre à l'évidence que $\pi = 3$. Ce n'est qu'au moment de montrer sa découverte à une amie qui lui donnait des leçons particulières de mathématiques qu'il s'aperçoit de son erreur. Tout se retrouve dans ce récit : la recherche se fait seul, les livres ne font nullement autorité et seuls les échanges avec un interlocuteur privilégié sont profitables.
Tout aussi significatif est le souvenir de sa première composition de mathématiques : son professeur lui aurait mis une mauvaise note parce qu'il avait donné une démonstration d'un des trois cas d'égalité des triangles qui "*n'était pas celle du bouquin, qu'il suivait religieusement*". Selon lui, ce professeur "*ne se sentait pas capable de juger par ses propres lumières (ici, la validité d'un raisonnement). Il fallait qu'il se reporte à une autorité, celle d'un livre en l'occurrence*". On le voit : le livre n'est pas le support d'un savoir, mais celui de l'autorité.
Bientôt d'ailleurs, les problèmes proposés dans son manuel ne lui suffisent plus : "*c'étaient les problèmes du livre, et pas* [ses] *problèmes*". Il leur préfère "*les questions vraiment naturelles*" comme celle de déterminer une formule donnant l'aire d'un triangle en fonction de ses trois côtés ou le volume d'un tétraèdre en fonction de ses arêtes. Plus tard, étudiant à l'université de Montpellier, il a toujours "*l'impression que les profs se bornaient à répéter leurs livres*" alors qu'il cherche de son côté une "*définition sérieuse de la notion de longueur (d'une courbe), d'aire (d'une surface), de volume (d'un solide)*". Bien sûr, aucun de ses livres ne le satisfait. Mais il apprend par son professeur de calcul différentiel qu'un certain

H. Lebesgue aurait justement développé vingt ou trente ans auparavant une théorie de la mesure et de l'intégration qui apporte une solution définitive à sa question. Cela étant :

> "à aucun moment je n'ai été effleuré par la pensée d'aller dénicher le livre de ce Lebesgue dont Monsieur Soula m'avait parlé, et qu'il n'a pas dû non plus jamais tenir entre les mains. Dans mon esprit, il n'y avait rien de commun entre ce que pouvait contenir un livre, et le travail que je faisais, à *ma* façon, pour satisfaire ma curiosité sur telles choses qui m'avaient intrigué." p. P 4.

Plus tard encore, le peu d'intérêt que présente le savoir conservé dans les livres pourra même rejaillir sur une recherche. Il relate l'exemple d'une question sur laquelle il travaillait et qui a perdu pour lui tout intérêt quand il lui est venu à l'esprit qu'elle pouvait être traitée dans un livre qu'il suffisait d'aller consulter à la bibliothèque. Son désir de la résoudre cessa net au point que s'il avait eu le livre entre ses mains, il n'aurait pas pris la peine de l'ouvrir. C'est seulement après s'être assuré que ce n'était pas le cas qu'il a pu continuer à travailler...

Un autre souvenir plus personnel encore et relatif à des faits plus récents illustre ce rapport à la lecture. Il s'agit cette fois de sa première expérience d'une lecture faite avec une "*attention intense et soutenue*". Elle se produit en 1979, soit neuf ans après son départ et il a alors plus de cinquante ans. Le texte qui est l'objet d'une telle attention est la correspondance que sa mère et son père ont échangée durant l'année 1933/34. Ses parents sont alors séparés, le père a émigré à Paris et sa mère est restée à Berlin avec ses deux enfants, Alexandre et sa sœur. Mais surtout, c'est à ce moment, décembre 1933, que Grothendieck est mis en pension dans une famille qu'il ne connaît pas afin que sa mère puisse rejoindre son mari à Paris. Il restera ainsi séparé de ses parents jusqu'en 1939, soit entre cinq et onze ans. Cette correspondance est donc un document unique sur une période déterminante de son enfance et de sa vie. Elle est certainement d'autant plus précieuse que ses parents sont alors décédés ; son père en déportation à Auschwitz en 1942 et sa mère en 1957. Quoiqu'il en soit, il découvre à l'occasion de cette lecture "*la stupéfiante métamorphose d'une "surface" terne et plate, prenant vie et révélant un sens riche et précis, une "profondeur" insoupçonnée.*" Ce sont là autant de qualités qu'il semble n'avoir jusque-là rencontrées dans aucun écrit. Pour la première fois, lecture et travail de découverte coïncident. Pour la première fois, la lecture est révélatrice de sens, elle permet d'"*appréhender le sens véritable, parfois éclatant*".

Il n'en reste pas moins vrai que tout au long de *Récoltes et semailles* les textes sont évoqués sous l'aspect d'une masse obscure, extérieure, vaste et rébarbative. Les livres mathématiques en particulier ne dégageraient avant tout que l'aspect logique. Ce n'est là que la partie la plus visible et ce n'est pas là que se trouve "*l'âme d'une compréhension des* *choses mathématiques, ni la force vive ou la motivation en œuvre dans le travail mathématique.*" Dès son premier contact avec la version publiée du SGA 5, il perçoit l'absence des exposés introductif et final comme une "*mutilation*". Le sens de l'œuvre lui semble perdu : il manque la vision qui animait son travail et qui était encore présente dans ses séminaires. Il a aussi l'impression que le sens géométrique de son théorème de bidualité, qu'il avait pourtant bien expliqué dans le séminaire, ne se retrouve pas dans le texte. Qu'il revienne plus tard sur ce jugement ne fait que mieux ressortir le préjugé dont il procède. Il dénonce aussi cette tendance générale qui consiste à accumuler les tirages à part quand ceux-ci détruisent la continuité, l'unité, le sens profond et vaste d'un travail : le sens est perdu dans le morcellement que lui font subir les publications. Les mathématiques ne sont pas dans les bibliothèques :

> "Quand je pense à "la mathématique", ce n'est sûrement pas à la totalité du savoir qu'on peut qualifier de "mathématique", consigné de l'antiquité à nos jours, dans des publications, des preprints ou des manuscrits et correspondances. Même en éliminant les répétitions, ça doit faire sans doute quelques millions de pages de texte compact ; une dizaine de tonnes de bouquins peut-être, ou encore quelques milliers de volumes épais, de quoi remplir une spacieuse bibliothèque : rien de quoi faire bander c'est sûr, bien au contraire ! Parler de "la mathématique" n'a guère de sens que dans le contexte d'une vision, d'une compréhension – et ce sont là choses essentiellement personnelles, nullement collectives." p. 545.

Les livres semblent condamnés à ne présenter qu'un savoir désincarné :

> "Je crois pourtant savoir une chose *encore*, au sujet de la nature de la force qui, d'un assemblage d'ingrédients, fait surgir soudain une *compréhension* qui renouvelle la personne. C'est cette force-là justement qui n'est pas "de l'ordre de l'intelligence". Je doute que quelque travail intellectuel que ce soit, la lecture disons de livres, si savants, profonds ou sublimes soient-ils, stimule en rien son apparition. Quand il lui arrive de jaillir, c'est dans le silence seulement et au contact de ce qui est le plus intimement personnel dans notre personne et dans notre vécu ; quelque chose, donc, qu'aucun livre et aucune personne, fût-elle Christ ou Buddha, ne pourra jamais nous révéler." p. 748.

Ainsi, ce rapport à la lecture, cette marginalisation des livres tiendrait à leur incapacité à donner accès à une véritable "*compréhension*", à restituer le "*sens*". Inversement, cette incapacité est à ce point établie qu'elle règle la manière dont Grothendieck prend connaissance d'un énoncé nouveau :

> "ce réflexe, de ne consentir d'abord à prendre connaissance que d'un *énoncé*, jamais de sa démonstration, pour essayer tout d'abord de le situer dans ce qui m'est connu, et de voir si en termes de ce connu l'énoncé devient transparent, évident. Souvent cela

> m'amène à reformuler l'énoncé de façon plus ou moins profonde, dans le sens d'une plus grande généralité ou d'une plus grande précision, souvent aussi les deux à la fois. C'est seulement lorsque je n'arrive pas à "caser" l'énoncé en termes de *mon* expérience et de *mes* images, que je suis prêt (presque à mon corps défendant parfois!) à écouter (ou lire...) les tenants et aboutissants qui parfois donnent "la" raison de la chose, ou tout au moins une démonstration, comprise ou non." p. 104.

Il doit reformuler l'énoncé pour lui donner un sens. S'il n'y arrive pas, et s'il n'a pas pu non plus se faire expliquer la démonstration par quelqu'un, alors, en dernier recours seulement, il la lira... Mais alors il n'est pas certain de réussir à la comprendre, et moins encore d'accéder à ""la" *raison de la chose*". Nous avons d'ailleurs vu qu'il était difficile de simplement repérer dans un texte un énoncé détaché du nom qui lui est associé. Même devant l'énoncé du théorème de Riemann-Hilbert, il ne retrouve pas le sens qu'il lui donne, sans quoi il n'aurait pas eu de difficulté à l'identifier.

L'ensemble de *Récoltes et semailles* montre ainsi de manière cohérente et par des manifestations diverses que la connaissance mathématique de Grothendieck n'est nullement associée à des textes : il y a une séparation entre d'un côté ses connaissances mathématiques et de l'autre les textes qui pourraient en être la source, qui les exposeraient et dans lesquels elles seraient conditionnées et transmises. *Récoltes et semailles* est ainsi un témoignage exceptionnel sur la confrontation d'un mathématicien à des textes, témoignage d'autant plus intéressant que rendre compte de cette confrontation n'est pas directement l'objet de sa réflexion. Il apparaît en particulier que les références aux publications qu'il cherche ou qu'il donne sont avant tout des ersatz nécessaires à ses lecteurs qui ne peuvent s'adresser directement à l'auteur. Elles répondent à des règles de communication écrite auxquelles Grothendieck se soumet comme chacun dans ses publications, mais ces références ne sont pas l'indication d'une source de savoir : le savoir, quand il est reçu, l'est oralement. Grothendieck est ainsi convaincu que s'il avait lu tous les livres il ne serait pas plus avancé dans sa compréhension des questions essentielles : un texte ne donne pas accès au "*sens véritable*", il doit être découvert...

3. DÉCOUVERTE ET ÉCRITURE

Que le livre ne soit pas pour Grothendieck une source de savoir n'implique pas que les mathématiques soient une pure activité de l'esprit indépendante de tout enracinement dans une expression écrite : l'écriture est au contraire essentielle à la découverte. Car une chose est la lecture, une autre l'écriture qui intervient dans la découverte.

"L'étape créatrice entre toutes"

Écrire aide à se rendre compte d'une erreur : le simple fait d'écrire une affirmation peut dissiper le flou et le malaise qui l'entouraient et faire clairement apparaître ce qu'elle a d'évidemment faux. Ainsi, "*une réflexion prolongée sans le support de l'écriture finit par tourner en rond, par devenir souvent une sorte de remâchage*". Mais le rôle primordial de l'écriture dans la découverte n'est pas là ; un interlocuteur, on l'a vu, permet aussi de débusquer ses erreurs. L'importance de l'écriture va bien au delà puisqu'elle est "*l'instrument entre tous de la passion de connaître*". Écrire la formule des traces, par exemple, *simplement l'écrire*, la dessiner pourrait-on dire, est déjà un acte de création. Le premier. Il est celui sans lequel tous les autres, y compris la démonstration, ne seraient pas concevables. Ainsi, l'acte créateur de Z. Mebkhout quand il découvre la correspondance de Riemann-Hilbert est avant tout d'avoir écrit deux flèches, m et m_∞, et de s'être demandé si elles ne constituaient pas une équivalence entre les deux catégories. Écrire ces deux flèches, c'est déjà établir la question cruciale, la mettre à jour, en reconnaître la portée. Cet acte est la transcription d'une fréquentation obstinée et patiente d'exemples explorés par celui qui, dans la solitude, a su assumer jusqu'au bout cette question. Une fois écrit, ainsi reconnu, l'énoncé ou la formule deviennent disponibles, d'autres peuvent ensuite s'en emparer et même en donner une démonstration en quelques lignes si cela n'avait pas été fait. Il n'est pas rare que mettre la question noir sur blanc suffise à faire apparaître la réponse. Mais il fallait d'abord écrire ces deux flèches, il fallait mettre la question "*noir sur blanc*". Il fallait sortir un tel énoncé d'un apparent néant et lui donner une forme et une substance.

Cette importance accordée à l'écriture s'exprime *a contrario* par l'étonnement de Grothendieck devant un jeune mathématicien particulièrement doué mais incapable d'écrire :

> "Contou-Carrère était bourré d'idées qui ne demandaient qu'à être dégagées et développées avec soin, et il avait une intuition immédiate très sûre dans pratiquement toutes les situations mathématiques qu'on pouvait lui soumettre. Par cette rapidité et cette sûreté d'intuition, même dans des choses dont il n'était nullement familier, il me dépassait et m'impressionnait – le seul autre élève où je l'ai connue à un degré comparable a été Deligne. Par contre, il avait un bloc[age] presque total contre l'écriture ! Chose incroyable, il faisait des maths sans écrire – Dieu sait comment il arrivait à en faire même si peu que ce soit, sans même parler de la communication avec autrui, où le "naufrage" était total.
>
> Si j'avais quelque chose d'urgent et d'utile à enseigner à Contou-Carrère, c'était l'art d'écrire, ou plus frustement même, de lui faire seulement comprendre que les maths, ça se fait en les écrivant." p. 402.

L'écriture intervient donc au stade du travail de découverte, antérieur à toute démonstration, où rien n'est encore vrai et assuré, quand les énoncés sont encore suspendus à une existence incertaine. Elle permet aussi de découvrir de nouvelles relations, de tisser des liens entre ces énoncés qui, pris isolément, risqueraient de sombrer un à un dans leur incertitude ou leur insignifiance. Ces relations sont aussi le gage que ce qui s'organise ainsi progressivement recouvre bien une réalité et n'est pas seulement une illusion. Après avoir permis de soustraire quelques énoncés du néant, l'écriture permet ensuite de découvrir des relations au niveau de visibilité qu'ils ont ainsi atteint. C'est en ce sens que l'écriture "*est l'étape créatrice entre toutes*". Grothendieck veut défendre cette dimension de la découverte contre la tendance dominante qui consiste à n'apprécier un travail que s'il a produit une démonstration difficile et technique :

> "La chose décisive souvent, c'est déjà de voir la question qui n'avait pas été vue (quelle qu'en soit la réponse, et que celle-ci soit déjà trouvée ou non) ou de dégager un énoncé (fût-il conjectural) qui résume et contienne une situation qui n'avait pas été vue ou pas été comprise ; s'il est démontré, peu importe que la démonstration soit triviale ou non, chose entièrement accessoire, ou même qu'une démonstration hâtive et provisoire s'avère fausse." p. 161.

"Écrire sous la dictée"

Pour décrire le travail de découverte, mathématique ou autre, Grothendieck emploie souvent l'expression "*écrire sous la dictée*". Il remarque d'ailleurs lui-même cette récurrence et souligne que cette formule est bien autre chose qu'une simple image ou une métaphore : elle "*décrit une réalité de tous les instants dans le travail, et qui s'impose toujours avec la même force, chaque fois quasiment où je suis amené à parler du travail de découverte.*" Sa manière même de l'adopter et de s'y tenir malgré les répétitions qu'elle introduit inévitablement illustre parfaitement ce qu'il entend exprimer : être attentif à accueillir la formulation qui se présente d'elle-même sans se soucier des idées reçues ou des conventions auxquelles elle contreviendrait, voilà ce qui permet de découvrir la formulation la plus juste. L'expression "*écrire sous la dictée*" décrit l'adéquation entre l'expression et ce qu'elle exprime, et sa découverte même en est une illustration.

Selon donc cette formule, la découverte se situe entre écoute et écriture : "*Dans une telle situation, quand les choses elles-mêmes nous soufflent quelle est leur nature cachée et par quels moyens nous pouvons le plus délicatement et le plus fidèlement l'exprimer, alors que pourtant beaucoup de faits essentiels semblent hors de la portée immédiate d'une démonstration, le simple instinct nous dit d'écrire simplement noir sur blanc ce que les choses nous soufflent avec insistance, et d'autant plus clairement que nous prenons la peine d'écrire sous leur dictée !* ". L'écoute, qui réapparaît ici sous une autre forme, est réception, instantanée, délicate et intangible. Mais elle est toujours sous la menace de bruits extérieurs qui peuvent venir la perturber : "*S'il m'est arrivé de découvrir des choses que je considère utiles et importantes, c'est toujours dans les moments où j'ai su* *ne pas écouter ce qui se présente comme la voix de la "raison", voire de la "décence", et suivre cette envie indécente en moi d'aller voir même ce qui est censé être "sans intérêt" ou de piètre apparence, voire même foireux ou indécent. Je ne me rappelle pas d'une seule fois dans ma vie où j'aie eu à regretter d'avoir regardé quelque chose d'un peu plus près, à l'encontre de réflexes invétérés qui m'en voudraient empêcher*". L'écoute étant fugace, l'écriture permet de la saisir sur le vif et de la fixer sur le papier, "*noir sur blanc*". L'écriture en est l'empreinte, un enregistrement visible, une idéographie. Elle permet de sauver ce qui a été entendu par celui qui sait se mettre à l'écoute de la nature cachée : elle est révélation.

Les livres ou les articles ont aussi un rapport essentiel à l'écriture mais on a vu qu'ils n'étaient qu'une source marginale de savoir. Cela est tout à fait conforme à cette conception de la découverte et il n'y a là aucun paradoxe. En effet, pour découvrir il faut "*écouter non des livres, ou des maîtres, savants et péremptoires, mais l'humble voix des choses.*" Les livres, et en l'occurrence aussi les voix des maîtres et des savants, brouillent l'écoute de celui qui écrit sous la dictée des choses. Si le travail de découverte est fait d'écoute et d'écriture, il ne s'agit donc pas de l'écoute dont pourrait ressortir la lecture. Il ne s'agit pas non plus d'écouter des *interlocuteurs*, même privilégiés..., mais des "*choses*" : du couple écriture-lecture, Grothendieck ne retient qu'un terme faisant ainsi procéder la découverte d'une écriture originaire, sans antécédent et littéralement *anarchique*. Celui qui écoute et qui écrit sous la dictée est ainsi en position d'initiateur. Il est le premier homme. Il est une origine absolue alors qu'un lecteur s'inscrit dans une continuité, dans le prolongement de ses lectures.

Écrire pour lire

Écriture et lecture ne sont donc ici nullement des actes complémentaires du travail de recherche. Au contraire, l'écriture considérée comme l'étape créatrice entre toutes s'oppose à une lecture qu'il s'agit autant que possible d'éviter. Nous avons pourtant vu Grothendieck s'adonner, tardivement, à une lecture attentive de quelques textes. Dans de tels cas, exceptionnels, la lecture peut être élevée au rang d'un travail de découverte, domaine normalement réservé à l'écriture. Mais, singulièrement, cette lecture passe elle aussi par l'écriture... Nous avons déjà signalé qu'il écrivait des notes sur l'autobiographie de C.G. Jung dont il entend faire la cinquième partie de *Récoltes et semailles.* Plus remarquable encore est la lecture qu'il fait de la correspondance de ses parents puisque que c'est en la recopiant, littéralement, qu'il en fait la lecture :

> "Au fil des jours et des semaines, je me suis aperçu que le simple fait de recopier in extenso tel passage du texte que je scrutais, modifiait de façon surprenante ma relation à ce passage, dans le sens d'une ouverture à une compréhension de son sens véritable." p. 441-442.

Quand ce qui est à découvrir est déjà écrit, quand l'écoute est lecture, il n'y a plus qu'à recopier ! C'est bien là encore l'écriture qui donne accès au "*sens véritable*". La lecture est alors "*écriture sous la dictée*" et peut être un travail de découverte :

> "C'était là une chose tout à fait inattendue, alors que ma motivation initiale (au niveau conscient du moins) avait été question de pure commodité. Je me rappelle même que pendant longtemps, il y avait en moi une certaine impatience contenue, de consacrer un temps précieux à faire fonction de copiste ni plus ni moins, je rongeais mon frein d'être arrivé au bout et écrivais aussi vite que je pouvais... Mais il n'y a aucune commune mesure entre la rapidité de l'œil parcourant en les lisant des lignes écrites, et celle de la main qui les transcrit mot à mot. On a beau écrire vite, le "facteur temps" n'est absolument pas le même. Et je soupçonne que ce "facteur temps" n'agit pas de façon purement mécanique, quantitative – ou pour mieux dire, qu'il n'est qu'un aspect d'une réalité plus délicate et plus riche. Il n'y a pas non plus de commune mesure en effet, chez moi du moins, entre l'action de l'œil qui parcourt des lignes qu'un autre a pensées et écrites, et l'acte de la main qui lettre après lettre, mot après mot réécrit ces mêmes lignes. Sûrement, il y a une symbiose profonde entre la main, et l'esprit ou la pensée ; et au rythme même de la main qui écrit, et sans aucun propos délibéré, l'esprit ne peut s'empêcher de reformer, de repenser les mêmes mots, s'assemblant en phrases chargées de signification, et celles-ci en discours. Pour peu qu'un désir de connaître anime cette main qui reproduit des lettres, des mots et des phrases, et qu'il anime cet esprit qui, à l'unisson, les "reproduit" lui aussi, à un autre niveau, – sûrement cette double action crée alors un contact autrement intime entre ma personne et ce message dont je me fais le scribe-rédacteur, que l'acte, surtout passif et sans support ni trace tangible, de l'œil qui se contente de lire." p. 442.

On reconnaît là d'ailleurs la description que Grothendieck donnait de sa manière de faire sien un énoncé mathématique. Il fait lui-même le rapprochement :

> "De toutes façons, le fait est là : tout comme je ne saurais "entrer" dans une théorie mathématique qu'en écrivant, je ne commence guère à entrer dans un texte-message qu'en écrivant, qu'en le *réécrivant*. Mon premier travail de méditation "sur textes" s'est transformé, une platitude apparente a commencé à s'ouvrir sur une profondeur vivante, et l'absurde a trouvé un sens, *à partir du moment* où j'ai commencé à réécrire in extenso le message, ou (dans le cas où celui-ci est de dimensions prohibitives) les passages qu'un flair me faisait sentir comme cruciaux." p. 443.

Dans un cas comme dans l'autre, lire n'est pas acquérir un savoir, mais découvrir. Grothendieck réussit ainsi à transformer la lecture en écriture. La note qui relate cette première expérience d'une lecture qui contre toute attente "*s'ouvre sur une profondeur vivante*" n'a pas pour nom "Éloge de la lecture" mais... "Éloge de l'écriture" !

L'acte de nommer

> "Moi dont une des passions pourtant a été de constamment *nommer* les choses qui se découvrent à moi, comme un premier moyen de les appréhender..." p. P 24.

C'est la vertu créatrice de l'acte de nommer qui confère à l'écriture son rôle essentiel dans la découverte : le nom "*rend la connaissance apparue irréversible, ineffaçable*". Grothendieck souligne l'importance de la nomination, du choix d'un nom ou d'une notation associés à une notion nouvelle. Un énoncé ou une conjecture sont ainsi indissociables de leur nom. Nous l'avons vu à propos de la conjecture "Riemann-Roch" qu'il a du mal à reconnaître dans un court article qui ne reprend pas cette appellation. Inversement, l'absence de ce nom est pour lui la preuve que l'auteur de l'article n'a pas vu ce rapport : le nom lui est à ce point attaché que son absence doit indiquer l'absence de ce qu'il désigne. De même, le fait qu'un nom évocateur et qu'une notation lapidaire n'aient pas été attribués à une certaine catégorie (au sens mathématique...) est pour lui la preuve que son rôle crucial et sa signification n'ont pas été compris. Sa recherche d'une formule dans le SGA 5 est aussi rendue difficile du fait de l'absence de toute mention des "modules de Serre-Swan" auxquels elle est pour lui associée. Inversement, qualifier des faisceaux de "pervers" lui apparaît être un choix à la fois étrange et choquant car en aucun cas cet adjectif ne peut être adapté à une notion mathématique. L'adoption d'un tel nom est même pour lui révélatrice d'un changement d'attitude à l'égard des mathématiques.
Le nom est ainsi motivé. Du fait qu'il n'y ait pas d'autres moyens de désigner une chose que par son nom, il semble qu'il y ait même un certain lien réciproque et nécessaire entre le nom et ce qu'il nomme.
Suivant ce principe, Grothendieck peut mesurer lui-même la place exceptionnelle qu'il occupe dans l'histoire des mathématiques non seulement par le nombre, l'importance ou la difficulté des théorèmes qu'il aurait démontrés mais par le nombre de noms nouveaux qu'il a introduits :

> "Au niveau quantitatif, mon travail pendant ces années de productivité intense s'est concrétisé surtout par quelques douze mille pages de publications, sous forme d'articles, de monographies ou de séminaires, et par des centaines, si ce n'est des milliers, de notions nouvelles, qui sont entrées dans le patrimoine commun, avec les noms même que je leur avais donnés quand je les avais dégagées. Dans l'histoire des mathématiques, je crois bien être celui qui a introduit dans notre science le plus grand nombre de notions nouvelles, et en même temps, celui qui a été amené, par cela même, à inventer le plus grand nombre de noms nouveaux, pour exprimer ces notions avec délicatesse, et de façon aussi suggestive que je le pouvais." p. P 19.

Nommer contribue à saisir, à retenir ce que la formule, qui est elle-même déjà un nom, a sorti du néant. Le nom contribue à donner son sens à un énoncé. Nommer est ainsi une tâche à part entière qui incombe à celui qui fait la découverte ; elle en fait partie et celle-ci reste incomplète tant qu'elle n'a pas reçu de nom. Une découverte mathématique se compose donc d'au moins deux éléments sans lesquels elle n'atteint pas à une véritable existence : un énoncé écrit doublé d'un nom. Dans une réflexion qui n'est plus limitée aux mathématiques, Grothendieck réduit même ces deux composantes de la création au seul acte de nommer dont il fait "*l'acte créateur par excellence au niveau de l'esprit, l'acte archétype de l'esprit humain. (...), l'acte originel de l'esprit à la découverte des choses.*"

Les noms dans *Récoltes et semailles* : nom de note

Si l'écriture est un des principaux thèmes de la réflexion de Grothendieck sur le travail de découverte et l'activité créatrice en mathématique c'est qu'elle est pour lui l'instrument de cette réflexion. Tout ce qui est dit sur le rôle de l'écriture dans la recherche mathématique est réaffirmé à propos de *Récoltes et semailles* qui est, en même temps et indissociablement, un travail de découverte et son récit : "*le rôle de l'écriture n'est pas de consigner les résultats d'une recherche, mais bien le processus même de la recherche*".
L'importance des noms se retrouve non seulement dans l'attention qu'il attache aux expressions qu'il emploie mais aussi dans la réflexion qu'il mène sur ces expressions révélatrices et qui, de ce fait, nourrissent sa méditation. Nous avons déjà vu l'exemple de l'expression "*écrire sous la dictée*". Le nom attribué à chaque note relève aussi d'une réflexion qui progresse par nomination. Rappelons que *Récoltes et semailles* est une succession de paragraphes numérotés de quelques pages auxquels s'ajoutent des notes qui, souvent trop longues pour rester en bas de page, deviennent à leur tour de nouveaux paragraphes qui seront à leur tour annotés à l'occasion de leur relecture. Il y a ainsi plus de deux cents note-paragraphes écrites, pourvues d'un numéro... et d'un nom. Ce nom a été parfois trouvé au cours de la rédaction de la note mais le plus souvent après-coup. Il ne figure donc pas en titre dans le corps du texte qui ne comprend que les numéros et la date mais dans les tables de matière jointes aux différentes parties et auxquelles Grothendieck a pris soin "*comme à la prunelle de [ses] yeux*". Dans la présentation qu'il fait de son texte, il invite le lecteur à se "*reporter à la table des matières pour y apprendre comment cette note s'appelle, et aussi, à l'occasion, pour pouvoir apprécier en un simple coup d'œil comment elle s'insère dans la réflexion déjà poursuivie, voire même, dans celle encore à venir*". Les noms de notes participent ainsi à la réflexion et permettent, comme en mathématiques, d'apprécier la cohérence d'un ensemble de formules et de conjectures préalablement dégagées ; ils reflètent "*le mouvement d'ensemble de la réflexion et la structure délicate qui s'y fait jour*".
Ces noms de notes s'apparentent souvent à des titres de fables : "Mes orphelins", "La violence du juste", "Quatre vagues dans un mouvement", "L'enfant", "Requiem pour

vague squelette", etc. Des noms semblables sont aussi donnés à des groupes de notes, par exemple "Le sixième clou (au cercueil)", à des parties, "L'Enterrement (1) ou la robe de l'Empereur de Chine", et enfin à l'ensemble du texte : "Récoltes et semailles". Ils sont souvent composés : "Fatuité et Renouvellement", "Désir et rigueur", "Les neuf mois et les cinq minutes", "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres", "La flèche et la vague", "La surface et la profondeur", "Le muscle et la tripe (Yang enterre Yin (1))", etc. Présent dans toutes les parties, ce type de nom est particulièrement fréquent dans la troisième, "L'Enterrement (2) ou La Clef du Yin et du Yang", dans laquelle Grothendieck mène une réflexion guidée par le couple yin et yang. Ils sont souvent doubles, deux noms de l'une des deux formes précédentes séparés par un "ou" : "La note – ou la nouvelle éthique", "Angela ou l'adieu et l'au-revoir", "Les prestidigitateurs – ou la formule envolée", "L'enfant et la mer – ou foi et doute", "La moitié et le tout – ou la fêlure", "L'esclave et le pantin – ou les vannes", "Frères et époux – ou la double signature", etc. Les noms sont ainsi à la fois fortement imagés, souvent inattendus, mais néanmoins stéréotypés dans leur forme syntaxique dépourvue de verbe. La relation ou l'opposition instaurée par le "et" ou le "ou" offrent une synthèse de la réflexion menée dans la note et parfois du même coup renouvelle celle-ci. Ce ne sont pas à l'évidence de simples titres analytiques annonçant le propos développé dans la note et ils ne permettent d'ailleurs guère à celui qui voudrait parcourir le texte de se faire une idée du sujet d'une note. Comment savoir par exemple que c'est dans la note intitulée "Le feu vert" que Grothendieck se penche sur les conditions de publication de SGA 5 ? Les noms ne sont pas des aides à la lecture, ils sont eux-mêmes déjà une réflexion sur la note et font comme elle partie du travail de découverte : écrire est non seulement l'outil primordial de la découverte, mais réciproquement, écrire, trouver le nom qui convient sont des actes créateurs. Chercher un nom est l'occasion d'une nouvelle réflexion sur la note qui vient d'être écrite ou relue. Pour le lecteur, le nom est un regard nouveau sur la note, mais il requiert pour être apprécié une lecture préalable de celle-ci. Pour celui qui n'a pas encore lu la note, le nom ne lui donnera le plus souvent aucune indication et sa signification restera mystérieuse.

Les noms propres : la dimension collective et historique de la découverte

Parmi les noms assignés aux notions mathématiques, il convient de distinguer les noms de *personnes*. Ces noms propres jouent un rôle important tout au long de *Récoltes et semailles*. Grothendieck suggère par exemple de remplacer l'appellation "faisceaux pervers", qu'il juge comme nous l'avons vu impropre, par "faisceaux de Mebkhout" et regrette que le nom de Mebkhout n'apparaisse pas dans le "théorème de Riemann-Hilbert". Il juge aussi impropre l'appellation "catégories tannakiennes" et s'il conteste le fait que ce qu'il avait baptisé "théorème de bidualité" ait été rebaptisé en "théorème de dualité de Poincaré-Verdier", il défend en revanche l'appellation "formule de Lefschetz-Verdier" en

raison de la responsabilité de J-L. Verdier dans cette découverte qu'il juge essentielle.
Il n'hésite donc pas à discuter cas par cas la pertinence de l'attribution d'un nom propre et envisage même leur substitution à une appellation déjà existante. Il ne rejette donc pas l'emploi de ces noms pour désigner une notion ou un énoncé. Pourtant, ce qui a été dit sur le caractère créateur de l'écriture et en particulier sur l'acte de nommer ne s'applique pas à eux. En effet, l'attribution d'un tel nom ne constitue pas un progrès de la réflexion, il ne découvre rien : non seulement le nom "Weil" ne nous dit rien sur l'énoncé des "conjectures de Weil" mais surtout, il n'ajoute rien à la compréhension mathématique que l'on peut en avoir. "Topos"[8], au contraire, renvoie à "topologique", il introduit le substantif d'une notion qui n'existait qu'en tant qu'adjectif, la terminaison en "os" renforce l'étymologie grecque de "topologique" et donne ainsi l'impression d'une notion d'espace plus originelle. Enfin, en étant l'un des noms mathématiques les plus courts, il convient parfaitement à une notion qui est, pour son auteur, l'une des plus élémentaires. Ce nom rendrait ainsi compte de la place que cette notion devrait occuper dans l'ensemble des mathématiques. Il serait possible de déployer de la même manière la signification des noms "topologie étale", "motifs", "espace rigide-analytique", "cristal", etc. Rien de tout cela n'est possible avec des noms tels que "conjectures de Weil", "conjecture de Hodge" ou "théorème de Riemann-Hilbert".
Le nom propre échappe sur un second point à la réflexion de Grothendieck sur l'acte de nommer. Si le nom choisi est celui d'un mathématicien, ce n'est probablement pas lui qui l'aura choisi. Il y a même dans ce cas une sorte de nécessité, par un singulier devoir de modestie, à ce que celui qui fait la découverte et celui qui attribue le nom soient distincts. Dans ce cas, le nom propre est substitué au nom choisi par l'auteur. S'il est attribué par celui-ci, il le choisira en hommage à un autre mathématicien qui peut n'avoir joué qu'un rôle mineur, voire aucun, dans cette découverte : le "théorème de Riemann-Hilbert" en serait un exemple.
Ainsi, si Grothendieck discute l'attribution du nom de tel mathématicien plutôt que celui de tel autre, il le fait sans en dénoncer le principe. Pourtant, en se substituant à l'original, un nom propre fait nécessairement perdre le bénéfice de cette adéquation à "*la chose*" qui fait de l'acte de nommer "*l'acte créateur par excellence*". Par ailleurs, l'attribution d'un tel nom inscrit la découverte dans un processus qui n'est plus exclusivement intime et solitaire et elle oblige à reconnaître que la découverte n'est pas seulement "*écoute des choses*" mais aussi écoute d'autres hommes ou de leurs œuvres. Ainsi, avec les noms propres s'introduit dans la découverte une dimension collective et historique qui va à l'encontre de la conception éminemment solitaire qu'en propose Grothendieck. Ces noms sont discutés et même adoptés mais ils ne sont pas pris en compte dans son analyse de l'acte de nommer à laquelle d'ailleurs ils échappent...

[8] Nous imaginons ici cette interprétation.

Ainsi, les résultats de l'analyse du rapport à la dimension collective des mathématiques à partir du statut des noms propres sont conformes à la fois à la représentation de la communauté mathématique et à la conception de la découverte qui se dégagent de *Récoltes et semailles.*

4. L'ART DE LA RÉDACTION

L'écriture joue un rôle primordial dans la découverte : elle permet de fixer une connaissance par une conjecture, une formule ou, au-delà des mathématiques, par une expression adaptée à son objet comme l'expression "*écrire sous la dictée*". Un nom doit être aussi ajouté à un énoncé pour mieux en restituer le sens. Mais qu'en est-il de celui qui n'a pas découvert cet énoncé ? Peut-il en connaître le sens et en comprendre le nom ? Il ne semble pas, au moins cela est-il difficile : "*rares seront ceux qui, sans déjà bien le connaître, sauront entendre ce "nom" et y reconnaître un visage*". Nous avons vu que Grothendieck, pour sa part, n'y accédait pas par la lecture. Quoi qu'il en soit, c'est au travail de rédaction qu'il appartient de donner accès à ce sens et c'est pour cela qu'il est pour Grothendieck une "*part essentielle du métier du mathématicien*". Ainsi, bien qu'elle soit pensée sur le mode d'une révélation solitaire, la découverte doit être ensuite inscrite dans une dimension collective qui trouve sous cette forme une place dans la réflexion de Grothendieck.

La rédaction dans le travail du mathématicien

Indépendamment de la maîtrise complète qu'il pouvait avoir d'un sujet, Grothendieck considère avoir mis plus de dix ans à rédiger correctement et à devenir ainsi un maître dans l'art de "*mettre noir sur blanc la description (ou "théorie") d'une situation imbriquée et au premier abord touffue, sous une forme qui soit à la fois commode, frappante, claire et rigoureuse*". Quand il est à son tour en position de diriger des recherches, il en fait un des savoirs fondamentaux qu'il se doit d'enseigner à ses élèves. C'est ainsi qu'il les considère finalement "*tous remarquablement doués,* [et] *rompus à la tâche de présenter sous forme précise, complète, et élégante un ensemble d'idées et de faits imbriqués et compliqués*". Rappelons *a contrario* l'exemple de Contou-Carrère auquel il considère n'avoir eu qu'une chose urgente et utile à enseigner : l'art d'écrire. Cet art s'acquiert généralement au bout de longues années de pratique, mais P. Deligne fait encore ici exception : si Grothendieck l'initie à cet art, il lui semble néanmoins qu'il l'a toujours maîtrisé comme il lui semble qu'il connaît déjà les mathématiques qu'il lui expose. Son aptitude exceptionnelle à rédiger n'est donc pas moins soulignée que ses dons mathématiques. De même, bien qu'il ne fasse que parcourir le livre de N. Saavedra, il ne manque pas d'être attentif à sa rédaction et de remarquer qu'il est d'une "*tenue*" remarquable. D'ailleurs, un coup d'œil sur la rédaction lui suffit pour reconnaître qu'un texte a été écrit par l'un de ses élèves. Ils ont

acquis cette maîtrise en rédigeant sous sa direction les premiers séminaires de géométrie algébrique. C'est aussi parce qu'il leur reconnaît cette compétence qu'il a pu leur laisser la responsabilité de la rédaction des séminaires suivants. Et malgré les critiques qu'il leur adresse, leur aptitude à bien rédiger n'est, elle, jamais mise en cause.
L'importance de la rédaction dans un travail mathématique est ainsi un thème qui revient tout au long de *Récoltes et semailles* et elle est une des qualités les plus souvent évoquées pour apprécier la valeur aussi bien d'un mathématicien que d'un texte.

L'importance accordée à la rédaction ressort aussi de l'attachement de Grothendieck au SGA 4. Il ne s'agit pas cette fois d'un attachement à des idées qu'il serait le seul à posséder ou qui n'auraient été exposées qu'à quelques auditeurs privilégiés mais bien de l'attachement à un texte, texte écrit avec le soin le plus extrême et qu'il défend contre l'incompréhension dont il est l'objet :

> "moi qui, avec un soin infini, ai écrit et réécrit, et fait écrire et réécrire, inlassablement, tout au long des mois et des années, un texte qui expose avec toute l'ampleur qu'elle mérite le langage et certains outils de base pour une vaste vision unificatrice, nouvelle et féconde – je sais moi, et en pleine connaissance de cause, qu'il n'y a pas *une page* parmi les 1583 laissées pour compte par Serre, par mes élèves et par la mode unanime, qui n'ait été pesée et repesée par l'ouvrier et qui ne soit à sa place et n'y remplisse sa fonction, qu'aucune autre page écrite à ce jour ne saurait remplir. Ces pages ne sont pas le produit d'une mode ni celui d'une vanité, se plaisant à se mettre au-dessus des autres. Ce sont les fruits de mes amours et des longs et obscurs labeurs qui préparent une naissance." p. 965.

La mise en avant des idées maîtresses est une des qualités du SGA 4 qu'il défend. C'est un des rares exemples où il ne dénonce pas une infidélité du texte publié à l'égard des exposés oraux. Il semble dans ce cas que le soin qu'il a accordé à la rédaction puisse pallier la difficulté générale d'accéder aux idées-forces par la lecture : "*Je sais aussi que lorsque j'ai fait ce travail, j'avais de longue date (sans vouloir me flatter) le coup de main du maître pour rédiger des maths d'une façon à la fois claire, où les idées maîtresses soient constamment mises en avant comme un fil conducteur omniprésent, et commode pour s'y retrouver aux fins de référence.*"
Cette notion de "référence" revient fréquemment quand il s'agit d'apprécier un livre. Les SGA et les EGA, les deux principales œuvres écrites qu'il ait publiées, ont été écrits pour la satisfaire au mieux. Il est ainsi convaincu que SGA 4 finira par être reconnu au "*titre (entre autres) de référence de base pour le point de vue des topos en topologie géométrique*". Nous avons d'ailleurs vu que c'était sur cette composante de la rédaction que reposait sa lecture d'un livre : l'utilisation des index, la recherche d'une proposition ou d'un renvoi à partir de mots-clefs sont autant d'indications essentielles à sa lecture auxquels il accorde,

en tant qu'auteur, un soin particulier.

Sa conception de la rédaction nous renseigne sur sa conception de la lecture et de la manière dont le texte est censé s'inscrire dans la pratique du mathématicien. Le fait que ce soit l'ouvrage de référence qui serve ici de modèle est conforme à l'analyse qui a été faite de son rapport à la lecture. Mais le type de rédaction adopté nous donne aussi des indications sur le rapport de l'auteur à une dimension collective. Il y a en effet une corrélation entre la forme de la rédaction (la manière dont le texte s'adresse au lecteur, la manière dont il apparaît devoir s'inscrire dans le travail des mathématiciens, les relations qu'il établit avec d'autres textes, etc.) et la conception de la communauté mathématique. En l'occurrence, alors que le travail de découverte consiste pour Grothendieck à se mettre à l'écoute des "*choses cachées*" en se protégeant contre toute influence extérieure, le travail de rédaction est au contraire tourné vers le lecteur et implique un "*esprit de service*" : il sert à mettre un travail et des idées à la "*disposition de l'usager*", du "*public*", de cette "*"communauté mathématique" sans frontières dans l'espace ni dans le temps*". Il y a dans cette conception de la rédaction la prise en compte volontaire et active d'une dimension collective. L'importance déclarée de la rédaction indique une reconnaissance explicite de cette dimension collective et le nombre de pages qu'il a publiées entre 1955 et 1970, qu'il évalue à dix ou douze mille, pourrait en être une confirmation.

Mais dans la mesure où ce n'est pas par la lecture qu'il prend connaissance d'une œuvre, le travail de rédaction est destiné à une collectivité dont Grothendieck ne fait pas lui-même partie. De ce fait, la collectivité à laquelle il s'adresse ne se présente pas comme un réseau d'éléments à deux faces, d'auteurs-lecteurs interagissant, et qui aurait ainsi une certaine homogénéité. Au contraire, Grothendieck n'apparaît concerné par la rédaction qu'au titre d'auteur. On retrouve dans cette asymétrie celle qui apparaissait dans la représentation de la communauté mathématique avec un centre, composé de son "*microcosme*", et une périphérie à laquelle les publications sont destinées. Cette asymétrie apparaît aussi corrélée au fait que seule la découverte de l'inconnu l'intéresse puisqu'il ne s'agit pas seulement de découvrir ce qui *lui* est inconnu mais ce qui est inconnu de *tout le monde*. Ce qui est connu, et donc qui n'est pas intéressant, est exactement défini par l'ensemble des publications : "*Lire un livre ou un article ne m'a jamais attiré, je l'ai évité chaque fois que j'ai pu. Ce qu'il peut me dire n'est jamais l'inconnu, et l'intérêt que je lui accorde n'a pas la qualité du désir.*" Inversement, par les raisons même qui fondent leur rejet, les publications, comme le public, dessinent de l'extérieur les contours à l'intérieur desquels peut se faire un travail de découverte, travail qui se trouve dès lors en partie déterminé par elles.

L'ambivalence de l'écriture : découvrir et communiquer

La fonction de l'écriture apparaît maintenant ambivalente puisqu'elle est à la fois l'acte fondamental de toute découverte et le moyen de la communiquer aux "*usagers*". Ce sont là

ce que nous pouvons appeler respectivement sa composante sémiotique et sa composante pragmatique. Elles sont chacune des thèmes récurrents de la réflexion de Grothendieck sur la recherche mathématique et rien ne permet d'établir une hiérarchie entre elles : "*dissocier le travail mathématique proprement dit du travail d'écriture, de présentation des résultats, ce qui est artificiel, car cela ne correspond pas à la réalité des choses, le travail mathématique étant indissociablement lié à l'écriture.*" Ces deux composantes s'opposent néanmoins nettement sur au moins un point. Dans un cas, l'écriture est un acte intime, tourné vers les "*choses*" et l'influence extérieure, notamment ce qui est généralement connu, est alors avant tout ce dont il faut se préserver. Dans l'autre, l'écriture est communication, elle est tournée vers des lecteurs, elle est faite pour eux.
En raison de l'importance des deux dimensions ainsi articulées et prises en charge par l'écriture, il convient d'en mieux comprendre la coexistence. Nous allons pour cela dégager quelques indices confirmant leur indépendance relative.

La distinction auteur – rédacteur

Un premier indice de cette indépendance est le fait que le travail de découverte et celui de rédaction ne sont pas nécessairement pris en charge par le même individu. Les exposés des SGA sont souvent entièrement rédigés par des "*collaborateurs*", et les EGA l'ont été en collaboration avec J. Dieudonné. C'est un trait marqué de l'œuvre de Grothendieck que celui qui découvre les idées ne tient pas à être celui qui les rédige et cela est conforme à sa manière de comprendre une idée ou une théorie. Le texte, par exemple "Faisceaux Algébriques Cohérents" de J-P. Serre, n'est qu'un ersatz auquel il est commode de faire référence et qui s'adresse à ceux qui n'auraient pas la possibilité de s'en faire expliquer le contenu par l'auteur. Il y a bien une corrélation entre la manière dont Grothendieck prend connaissance d'une idée et le fait que la rédaction soit une prérogative facilement laissée à un autre. Cette séparation n'est possible que pour autant que les deux composantes de l'écriture peuvent être découplées : aussi personnelle qu'ait pu être sa relation à ses élèves, aussi grandes qu'aient été sa complicité et sa confiance, le fait de donner à rédiger une part importante de son œuvre montre que cela est possible. Cette autonomie est liée à la conception du travail de découverte mais aussi à la visée de la rédaction et, corrélativement, à la fonction attribuée au texte. Bien que la rédaction soit effectuée par des mathématiciens qu'il considère tous remarquables et qu'une vertu créatrice doive lui être reconnue, le fait d'être tournée vers le lecteur en fait une tâche distincte de celle de la recherche.

Changement de style

La relative indépendance de ces deux composantes de l'écriture se manifeste par l'évolution du rapport de Grothendieck à la rédaction sans que son rapport à la découverte n'apparaisse pour autant modifié. Ce changement est patent dans *À la poursuite des champs* et dans *Récoltes et semailles* dont il est même un des thèmes.

Même s'il fait attention à donner des repères au lecteur, à faire régulièrement une synthèse du travail accompli, à indiquer les notes dans lesquelles a été discuté un thème sur lequel il revient, *Récoltes et semailles* n'est certainement pas conçu comme un ouvrage de référence. Les noms des notes n'ont pas été choisis à cette fin et surtout ce témoignage n'a pas été "*écrit et réécrit*" et moins encore il ne l'a "*fait écrire et réécrire*" par des collaborateurs. L'ampleur même du document, la succession et l'enchevêtrement des notes qui le composent en sont la conséquence et la preuve. Il est d'ailleurs à ce point attaché à ce nouveau mode de rédaction qu'il indique scrupuleusement les rares notes qu'il a dû réécrire et en précise la raison. Il ne s'adresse plus non plus à un "*public*", à des "*usagers*", mais à un lecteur qu'il interpelle, dont il s'inquiète de la patience, auquel il donne des indications sur la manière de lire et auquel il indique les parties qu'il peut sauter s'il n'est pas mathématicien :

> "Si dans *Récoltes et Semailles* je m'adresse à quelqu'un d'autre encore qu'à moi-même, ce n'est pas un "public". Je m'y adresse à toi qui me lis comme à une *personne*, et à une personne *seule*. C'est à celui en toi qui sait être seul, à l'enfant, que je voudrais parler, et à personne d'autre." p. P7.

On voit ce changement de style s'accompagner d'un changement dans sa conception du lecteur qui résulte d'une modification de sa propre insertion dans la communauté mathématique. Grothendieck n'intervient plus comme avant par la parole, mais par des écrits : découverte et transmission coïncident. Celui qui fait les découvertes et celui qui les expose sont devenus indissociables. Ces deux tâches sont maintenant assumées par lui et elles le sont même *nécessairement* dans la mesure où elles s'effectuent simultanément. Il n'y a plus de réécriture mais seulement de l'écriture et l'attachement au texte, à sa composition, se confond avec l'attachement aux idées qu'il expose et qu'il a permis de découvrir. Il y a dès lors identification de celui qui découvre et de celui qui assume la transmission, les deux composantes ne sont plus qu'une seule.

5. TRANSMISSION ORALE

Le point de vue d'un lecteur

L'œuvre de Grothendieck n'est pas entièrement écrite et une grande part n'a été transmise qu'oralement. Ainsi, un mathématicien comme Z. Mebkhout n'a jamais entendu parler des "six opérations" ni rien lu sur elles, avant que Grothendieck ne lui en parle lui-même en 1983. C'est par la lecture qu'il apprend la cohomologie, le formalisme des catégories dérivées, la notion de "*cristal*". Ce qui n'est pas publié, comme les "six opérations", il ne le connaît pas : "*Il n'a été élève que de mon œuvre à travers mes écrits*". Il n'appartient pas au "*microcosme*" de Grothendieck, mais au cercle du "*public*", des "*usagers*" de ses articles et de ses livres.

Il a donc une bonne connaissance des sources écrites et il peut ainsi communiquer à Grothendieck les textes le concernant paru depuis son départ : une partie des actes du colloque de Luminy, l'article "Classe d'homologie associée à un cycle" de J-L. Verdier, les articles de P. Deligne "Théorie de Hodge I" et "Poids dans la Cohomologie des Variétés algébriques", le livre *Catégories tannakiennes* de N. Saavedra, etc. Il peut lui donner le point de vue d'un lecteur qui n'a pas été en contact direct avec lui. Ainsi, quand Grothendieck a l'impression que SGA 5, tel qu'il a été publié, entretient une confusion entre "*la formule du point fixe de Lefschetz*" qu'il a découverte et "*la formule de Lefschetz-Verdier*", Z. Mebkhout peut lui confirmer qu'il avait en effet été induit en erreur et qu'il avait lui-même cru comprendre que la formule de Grothendieck dépendait logiquement de celle de J-L. Verdier. La représentation qu'il a de son œuvre est celle qu'en donnent les textes. De même, la représentation qu'il a de la paternité de Grothendieck dans le développement de certaines idées, d'outils, de points de vue, de conjectures repose sur les indications que donnent les publications. C'est aussi lui, inversement, qui peut lui indiquer de quelle manière il est fait référence à son œuvre dans les travaux japonais de l'école de Sato que Grothendieck ignore.
Dans un système de transmission où se mêlent l'oral et l'écrit, Z. Mebkhout est celui qui n'a eu accès qu'à la partie écrite de l'œuvre de Grothendieck. Son rôle central dans *Récoltes et semailles* peut être compris à partir de cette position singulière.

Les conditions de transmission après 1970

L'intervention d'un maillon oral dans la transmission de son œuvre place ses interlocuteurs privilégiés, et ses élèves tout particulièrement, en relais entre lui et le public. C'est à eux que revient la responsabilité, quand il ne l'a pas assumée lui-même, de prendre en charge la composante collective de l'aventure mathématique :

> "Chose étrange, cette idée-force centrale de mon œuvre cohomologique, et la structure algébrico-catégorique (très simple au fond) qui l'exprime, n'a jamais été explicitée dans la littérature, pas même par mes soins au cours des années soixante. Elle apparaît entre les lignes dans mon œuvre écrite, et a été véhiculée surtout au niveau de la communication orale. Dans mon esprit, il allait de soi qu'un de mes élèves ne manquerait pas de consacrer les quelques jours ou semaines qu'il fallait pour présenter sous forme systématique cet ensemble d'idées, alors que moi-même étais pleinement occupé avec les tâches de fondements des EGA et des SGA." p. 1042.

Quand il se remet à faire des mathématiques après avoir quitté le "*grand monde des mathématiques*", il s'attend à ce que P. Deligne, qui reste son interlocuteur privilégié, fasse "*le relais des réflexions et idées mathématiques*" qu'il développe :

> "c'est le sentiment de disposer d'un tel interlocuteur-relais qui donnait à mes périodes

sporadiques d'activité mathématique un sens plus profond que celui de l'assouvissement d'une fringale, en les reliant à une aventure collective dépassant ma propre personne. C'est ce sentiment aussi, sans doute, qui faisait que pendant si longtemps, je n'aie pas senti l'ombre d'un désir de publier ce que je trouvais, et encore moins l'ombre d'un regret de m'être retiré de la scène mathématique." p. 265.

De l'importance d'avoir un débouché sur le "*marais*"... Même après son départ, cette dimension collective est ainsi toujours à l'horizon de son activité mathématique et continue d'être déléguée à un interlocuteur privilégié. Mais quand, en octobre 1981, il décide de rompre toute communication mathématique avec P. Deligne, il perd du même coup son "*interlocuteur-relais*". Son rapport à la dimension collective ne peut dès lors plus être le même et un changement complet de rédaction intervient effectivement avec *À la poursuite des champs* et *Récoltes et semailles*, deux textes écrits à partir de 1983 et dont la publication est inscrite dans leur projet. La part de transmission orale qui tenait jusque là séparées les deux composantes de l'écriture a donc disparu et il est dans l'obligation de prendre seul en charge la dimension collective. Ces deux composantes sont alors réunies : écrire devient indissociablement moyen de découverte et de communication.
La suppression du maillon oral qui intervenait jusque-là dans la transmission induit donc une modification de l'articulation des composantes sémiotique et pragmatique de l'écriture. De plus, ce changement apparaît ici lié à une modification de son insertion dans la communauté mathématique, le facteur déterminant étant la modification de sa relation à ses élèves, et particulièrement à P. Deligne. La manière dont est prise en charge la composante pragmatique de l'écriture est ainsi fonction de son insertion dans la communauté mathématique.

Inversement, la possibilité de dissocier deux composantes au sein de l'écriture, bien marquée par la distinction auteur-rédacteur, est liée à l'existence d'un maillon oral dans l'élaboration de son œuvre. Ce maillon implique son "*microcosme*" et avec lui s'introduit une dimension collective que sa représentation de la communauté mathématique situe à l'extérieur de celui-ci.

CONCLUSION

Qu'il s'agisse de l'influence de ses aînés, de la réception de son œuvre et de sa transmission par ses élèves ou du processus de découverte, *Récoltes et semailles* est de toutes parts une confrontation à la dimension collective des mathématiques en même temps qu'une tentative de penser celle-ci. Cette étude a montré d'une part que Grothendieck pensait systématiquement cette dimension sur le mode de l'exclusion et d'autre part que cette dimension lui échappait toujours en partie. Ainsi, voulant analyser la dimension collective de son œuvre, il est constamment renvoyé aux mathématiciens de son "*microcosme*" alors que sa représentation de la communauté situe le collectif à l'extérieur de celui-ci : rejetée à la périphérie, la dimension collective resurgit à l'intérieur même de son "*microcosme*"... De même, l'écriture a été scindée en deux : d'une part le travail de rédaction qui prend seul en charge la dimension collective, d'autre part la découverte qui est un travail entièrement solitaire... Mais alors que la découverte est assimilée à l'acte de nommer, une dimension collective resurgit subrepticement en son sein par les noms propres que Grothendieck utilise pour désigner une notion, un théorème ou une conjecture. Le ver est dans le fruit... Ainsi, Grothendieck pense sur le mode de l'exclusion la dimension collective d'une œuvre qui a elle-même été produite dans un rapport d'exclusion à cette dimension collective.

Au terme de ce parcours, la citation placée en exergue de cet article apparaît peut-être sous un nouvel éclairage. On y lisait que Grothendieck avait découvert à l'occasion de cette réflexion que "*la mathématique est une aventure collective, et que* [ma] *propre aventure mathématique ne prend son sens que par ses liens à cette aventure collective plus vaste dont elle fait partie*". Il a été amené à cette découverte en prenant conscience de la tension que crée en lui le fait de se livrer à la fois à des réflexions mathématiques et à la méditation, deux activités intellectuelles qui s'opposent par un rapport inverse à une dimension collective. Mais il importe de bien apprécier de quelle dimension collective il s'agit : "*Pour moi "l'inconnu mathématique" est ce que personne encore ne connaît – c'est une chose qui ne dépend pas de ma seule personne, mais d'une réalité collective. La mathématique est une aventure collective, se poursuivant depuis des millénaires.*" Il ne s'agit pas d'une dimension collective qui s'introduirait par le biais de connaissances partagées, voire héritées.... mais celle qui entre dans la détermination de ce qui a le statut d'inconnu : l'inconnu auquel le mathématicien est confronté dans sa recherche a une dimension collective dans la mesure où il doit être inconnu *de tous*. La méditation, quant à elle, est connaissance de soi et ne confronte chacun qu'à un inconnu individuel. Ainsi, si la mathématique est une "*aventure collective*", c'est de *l'extérieur* que la collectivité détermine le domaine de la recherche ; elle ne le pénètre pas. L'inconnu est le ce-qui-est-inconnu-de-la-collectivité, il en est l'angle mort. Grothendieck découvre bien ainsi une dimension collective mais celle-ci est, comme l'a montré toute cette étude, rejetée à l'extérieur, marginalisée. *Elle est reconnue... sur le mode de l'exclusion.*

Notre propos était aussi de mettre en évidence un système de corrélations entre un ensemble de dichotomies remarquables. Nous sommes partis de la représentation de la communauté mathématique qui se caractérise par la distinction d'un "*microcosme*" et d'un "*public*". Celle-ci a pu être mise en relation avec un certain rapport à la lecture, à la rédaction, à la découverte, à la conception du rôle de l'écriture et de l'acte de nommer dans la création. Cette chaîne de correspondances peut être parcourue à rebours à partir de la conception de la sémiosis pour remonter ensuite au rôle de l'écriture dans la découverte,

à l'exclusion corrélative du collectif qui doit dès lors être ressaisi ultérieurement dans un travail de rédaction. Le travail de découverte et celui de rédaction apparaissent dès lors façonner le groupe d'interlocuteurs privilégiés, il institue un type particulier d'échanges et pourrait induire cette représentation particulière de la communauté mathématique.
Dans toutes ces dichotomies, les deux parties distinguées ont un rapport unilatéral :

– bien que le nom soit adéquat à la chose qu'il nomme, il ne nous la fait pas connaître ;

– il y a une antériorité essentielle de l'écriture créatrice sur la rédaction dévouée à la communauté ;

– il est difficile d'atteindre par la lecture le sens d'un énoncé ;

– le savoir se propage uniquement du "*microcosme*" vers un public périphérique.

Nous avons tenu à suspendre tout jugement qui introduirait une relation causale entre ces diverses partitions. Ainsi, si nous avons montré une corrélation entre une représentation de la communauté et la conception du travail de rédaction elle aussi corrélée à un rapport aux livres et à la lecture, nous avons laissé en suspens la question de savoir si les conceptions de la rédaction, des livres, de la lecture résultent de la représentation de la communauté, ou si au contraire, celle-ci est la conséquence des premières. De même, il y a des similarités évidentes entre le type de rédaction adopté par Grothendieck, son souci de produire des textes de référence, et le style de Bourbaki. Mais l'antériorité de Bourbaki et l'influence incontestable que ce groupe a exercé sur lui suffisent-elles à établir que nous avons là l'origine de la dichotomie entre découverte et rédaction à partir de laquelle il serait possible de "déduire" les caractéristiques du rapport à la découverte, du rôle qu'y joue l'écriture, la conception de la sémiosis, le rapport à la lecture, à la publication ? Bien des éléments dégagés au cours de cette analyse font obstacle à une telle interprétation. Il nous a dès lors semblé préférable, au lieu de trancher plus ou moins arbitrairement, de nous en tenir à des corrélations, de préciser de quel type d'analyse chacune procède et de préparer ainsi le cas échéant le terrain pour des analyses qui se voudraient plus causales.

BIBLIOGRAPHIE

CARTAN (H.) ET EILENBERG (S.)

[1956] *Homological algebra*, Princeton : Princeton University Press, 1956.

DELIGNE (P.)

[1968] "Théorème de Lefschetz et critères sur la dégénérescence de suites spectrales", *Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques*, 35 (1968), p. 107-126.

[1977] (avec la collaboration de J.F. Boutot, A. Grothendieck, L. Illusie et J.-L. Verdier), *Séminaire de Géométrie Algébrique, 4 1/2. Cohomologie Etale*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 569, 1977.

DELIGNE (P.) ET KATZ (N.)

[1973] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 7 II. Groupes de monodromie en géométrie algébrique*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 340, 1973.

DELIGNE (P.) ET MILNE (J.S.) ET OGUS (A.) ET SHIH (K-Y.)

[1982] *Hodge Cycles, Motives and Shimura Varieties*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 900, 1982.

GROTHENDIECK (A.)

[1968] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 2. Cohomologie locale des faisceaux cohérents et théorèmes de Lefschetz locaux et globaux*, Paris : North-Holland Publishing Company – Amsterdam, Masson & Cie, 1968.

[1971] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 1. Revêtements Etales et Groupe Fondamental*, Berlin : Springer-Verlag, Lectures Notes in Mathematics, 224, 1971.

[1986] *Récoltes et semailles. Réflexions et témoignages sur un passé de mathématicien*, Montpellier : Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier et CNRS, 1986.

[1995] *La longue marche à travers la théorie de Galois*, Montpellier : Université de Montpellier II, 1995.

GROTHENDIECK (A.) ET ARTIN (M.) ET VERDIER (J.-L.)

[1972-73] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 4. Cohomologie Etale des Schémas*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 269-270 et 305, 1972 et 1973.

GROTHENDIECK (A.) ET BERTHELOT (P.) ET ILLUSIE (L.)

[1971] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 6. Théorie des intersections et théorème de Riemann-Roch*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 225, 1971.

GROTHENDIECK (A.) ET DEMAZURE (M.)

[1970] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 3. Schémas en groupes*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 151-152-153, 1970.

GROTHENDIECK (A.) ET ILLUSIE (L.) ET BUCUR (I.)

[1977] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 5. Cohomologie l-adique et Fonctions L*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 589, 1977.

GROTHENDIECK (A.) ET RAYNAUD (M.) ET RIM (D. S.)

[1972] *Séminaire de Géométrie Algébrique, 7 I. Groupes de monodromie en géométrie algébrique*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 288, 1972.

MACPHERSON (R.)

[1974] “Chern Classes for singular algebraic Varieties”, *Annals of Mathematics*, 100 (2) (1974), p. 423-432.

SAAVEDRA (N.)

[1972] *Catégories tannakiennes*, Berlin : Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, 265, 1972.

SERRE (J-P.)

[1955] “Faisceaux algébriques cohérents”, *Annals of Mathematics*, 61(1955), p. 197-258.

TEISSIER (B.) ET VERDIER (J-L.)

[1982] “Analyse et topologie sur les espaces singuliers (1) CIRM, 6-10 juillet 1981”, *Astérisque*, 100, 1982.

VERDIER (J-L.)

[1976] “Classe d'homologie associée à un cycle”, *Astérisque*, 36 (1976), p. 101-151.

WEIL (A.)

[1949] “Number of solutions of equations in finite fields”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 55 (1949), p. 497-508.